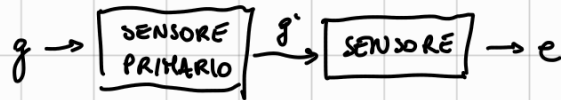


SENSORI

Un sensore è un sistema capace di tradurre una grandezza (generalmente nel dominio non elettrico) in una grandezza nel dominio elettrico.

$$g \rightarrow \boxed{\text{SENSORE}} \rightarrow e, \quad e = I, V, R, C, L, \dots$$

Talvolta può anche essere utilizzato un sensore primario che trasforma la grandezza da misurare in un'altra grandezza più conveniente da misurare.



è una relazione statica

teoria: $e = f(g)$

realtà: $e = f(g, s_1, s_2, \dots, s_n)$

INFLUENCE QUANTITY (DISTURBI)

per ridurli si fanno scelte di design del sensore e/o del frontend ($\Rightarrow$ feedback, strutture differenziali, filtraggio, compensazione...)

aggiunta nel circuito di elementi con sensitività opposta rispetto all'influenza quantity

On top del sensore ci stanno poi circuiti per la lettura

- $\rightarrow$ frontend electronics
- $\rightarrow$ read out electronics
- $\rightarrow$ conditioning electronics

$$e = f(g)$$

SENSITIVITÀ' $:= \alpha(g) = df/dg \Rightarrow \frac{de}{dg}$

SENSITIVITÀ RELATIVA $:= \alpha_r = \frac{1}{e} \cdot df/dg$

RESOLUTION $:=$ minima variazione Δg capace di generare una variazione apprezzabile Δe . Apprezzabile nel senso che può essere riconosciuta dal rumore

$$\Delta e > \Delta e_{\text{noise}}$$

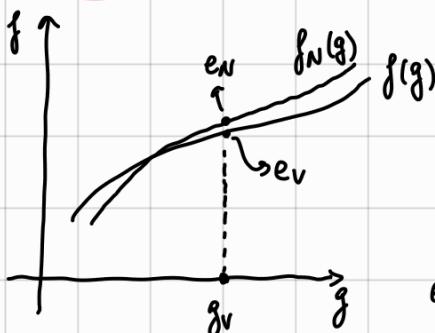
REGIONE DI LAVORO $:=$ / Full range measurement range / full scale

$[g_{\min}; g_{\max}] \rightarrow$ in questo range il sensore può lavorare

Safe range: $[g_{\min}; g_{\max}] \rightarrow$ in questo range il sensore non si danneggia

$\hookrightarrow$ leggermente + ampio dello zone di lavoro

ACCURATEZZA $:=$



$f(g)$ è la vera relazione I/O del sensore

$\Rightarrow$ se g_v è il valore reale della grandezza misuranda $\Rightarrow e_v = f(g_v)$

la grandezza misurata e^- $e_N = f_N(g_v) \rightarrow$ funzione nominale data dal costruttore

$$err = e_v - e_N, \quad Acc = \max_g |err| = \max_g |f(g) - f_N(g)|$$

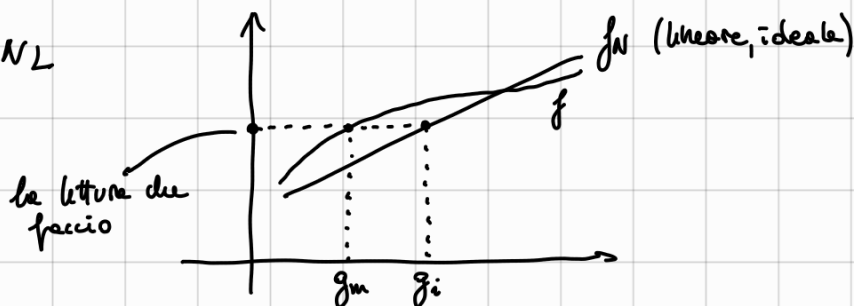
Il concetto di PRECISIONE di un sensore si riferisce invece al grado di riproducibilità di una misurazione.

Per calibrare prendo $g_1, g_2, \dots, g_K$ campioni standard $\rightarrow$ interpolo f_N

• Il sensore ideale è lineare $\Rightarrow$ sensibilità costante

in realtà non lo sono $\Rightarrow$ viene introdotto un errore legato alla non linearità

$$\frac{|g_i - g_m|_{\max}}{g_{\max}} = NL$$



Linearizzazione (end-point linear approx)

$\hookrightarrow$ su range ridotti della regione di lavoro

$$e \approx e_0 + \left. \frac{df}{dg} \right|_{g_0} (g - g_0) = b_0 \cdot g + K$$

↑
sensibilità

Tutto questo è ovviamente ideale

↓
altra caratteristica ideale dei sensori è che siano infinitamente veloci $\Rightarrow$ no delay

I sensori possono essere descritti da ODE

$$e(t) + a_1 e'(t) + a_2 e''(t) + \dots = b_0 g(t) + b_1 g'(t) + \dots$$

↑

$$E(s) + a_1 (sE(s) - e(0^-)) + a_2 (s^2 E(s) - se(0^-) - e'(0^-)) + \dots = b_0 G(s) + b_1 (sG(s) - g(0^-)) + \dots$$

$$\Rightarrow E(s) \cdot \underbrace{(1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots)}_{A(s)} - (a_1 e(0^-) + a_2 se(0^-) + a_2 e'(0^-) + \dots) = G(s) \cdot \underbrace{(b_0 + b_1 s + \dots)}_{B(s)} + b_1 g(0^-) + \dots$$

stable $\leftarrow H(s)$ t.f.

↓
tutto il resto portato a dx di = lo chiamo $I(s)$

$$\Rightarrow E(s) = \underbrace{\left(\frac{B(s)}{A(s)} \right)}_{\text{risposta all'ingresso}} \cdot G(s) + \underbrace{\frac{I(s)}{A(s)}}_{\text{risposta libera}}$$

risposta all'ingresso

risposta libera $\rightarrow$ va a zero perché un sensore instabile è la cosa meno sentita e più ironica che abbia mai sentito

transitorio iniziale legato ai poli di H
steady state finale legato ai poli di G

il transitorio è composto da componenti morte $e_i(t) = A e^{-t/\tau_i}$, $\tau_i = -1/p_i$

costante di tempo

a occhio $\rightarrow e_i \approx 0$ dopo $5\tau_i$

questo per poli reali

$\rightarrow$ se i poli sono complessi coniugati allora

$$p_{1,2} = a \pm \sqrt{b} = -\omega_0 \xi \pm \sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 \quad (\text{FORMA DI BODE})$$

pulsazione naturale

coeff. di smorzamento

$$\tau = \frac{-1}{\operatorname{Re}(p)}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_0 \xi}$$

$$\Rightarrow 5\tau = \frac{5}{\xi \omega_0} = \frac{5 T_0}{2\pi \xi} = \frac{5}{\pi} \left(\frac{1}{2\xi} \right) T_0$$

$$2\pi \omega_0 = T_0$$

adesso abbiamo sinusoidi smorzate

Q, quality factor

$$e_i = A_i e^{-\frac{\xi \omega_0 t}{\tau}} \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \varphi_i)$$

Adesso togliamo di mezzo le condizioni iniziali $\Rightarrow E(s) = H(s) \cdot G(s)$

- input costante $\rightarrow g(t) = b_0 \quad \forall t > 0$

$$E(s) = H(s) \cdot \frac{b_0}{s}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = H(0) \cdot b_0 \rightarrow \text{steady state}$$

$$e(t) = \underbrace{e_T(t)}_{\text{transitorio}} + H(0) \cdot b_0$$

$$\Rightarrow \text{all'equilibrio } e = H_0 b_0 = b_0 \cdot g$$

DC Gain

- risposta in frequenza $\rightarrow g(t) = b_0 \cdot \cos \omega_0 t \leftrightarrow G(s) = b_0 \cdot \frac{s^2}{s^2 + \omega^2}$

$$\Rightarrow e(t) = e_T(t) + |H(\omega_0)| \cdot b_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \angle H(\omega_0))$$

quando il transitorio si esaurisce otteniamo in uscita una sinusoide con la stessa frequenza, amplificata di $|H(\omega_0)|$ e sfasata di $\angle H(\omega_0)$

Sistemi del primo ordine

(a fare minima $\Rightarrow$ no zero oppure tutti in $\Re\{s\} < 0$, tali sistemi introducono il minor sfasamento possibile)

$$e(t) + a_1 e'(t) = b_0 g(t)$$

$$\Rightarrow E(s) = \frac{b_0}{1 + a_1 s} \cdot G(s) + \frac{a_1 e(0^-)}{1 + a_1 s}$$

- step input $\Rightarrow E(s) = \frac{b_0}{1 + a_1 s} \cdot \frac{b_0}{s} + \frac{a_1 e(0^-)}{1 + a_1 s}$

$$\Rightarrow e(t) = b_0 \cdot b_0 \cdot (1 - e^{-t/a_1}) + e(0^-) \cdot e^{-t/a_1}$$

$$a_1 = \tau_1$$

$\hookrightarrow$ si carica e dopo $5\tau_1$ $e' \approx 0$

consideriamo adesso $e(0^-) = 0$, $H(s) = \frac{b_0}{1 + a_1 s}$

passo nel dominio di Fourier

$$H(\omega) = \frac{b_0}{1 + j\omega a_1} \quad \text{ADC} \quad \frac{1}{1 + j\omega/\omega_T}$$

RODFOEM

$$\omega_T = \frac{1}{a_1}$$

$-\omega_T$ e' il polo del sistema

$$\Rightarrow \text{dato che } \tau_1 = -\frac{1}{p_i}$$

$$\Rightarrow \omega_T = \frac{1}{\tau_1}$$

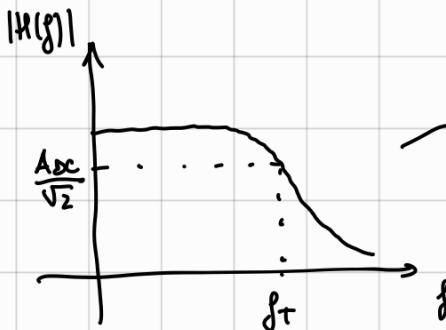
con la frequenza $H(f) = \frac{b_0}{1 + j2\pi f a_1} \quad \text{ADC} \quad \frac{1}{1 + j2\pi f / \omega_T} = \frac{ADC}{1 + jf/f_T}$

$\hookrightarrow$ cut off frequency $\rightarrow f_T = \frac{\omega_T}{2\pi}$

$$\Rightarrow f_T = \frac{1}{2\pi\tau_1}$$

infatti $|H(f_T)| = \frac{ADC}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_T}{f_T}\right)^2}} = \frac{ADC}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow 20 \log |H(f_T)| = 20 \log ADC - 3 \text{ dB}$$



$$\times \quad f \ll f_T \Rightarrow |H(\omega)| \approx ADC, \quad \angle H(\omega) \approx 0$$

$$\text{se } g(t) = \sum_{i=1}^K G_i \cdot \cos \omega_i t$$

$$\Rightarrow e(t) = ADC \cdot g(t)$$

$\rightarrow$ idealmente il sensore amplifica il segnale e lo restituisce

Condizioni di non distorsione:

$$|H(j\omega)| = \text{costante}$$

fare vincere $\leftarrow \angle H(j\omega) = -j\omega\tau$

$\rightarrow$ nei sistemi del primo ordine questo avviene se lo spettro del segnale sta entro $f_{max} \ll f_T$

Rise time := tempo per passare dal 10% al 90% dello steady state

$$t_s = t_{90\%} - t_{10\%} = \frac{0.35}{f_r} \rightarrow \text{per i sistemi del I ordine}$$

i sistemi del I ordine sono completamente caratterizzati se si conoscono:

$A_{dc} \rightarrow \text{sensitivity}$

$f_r, t_s, \omega_r, \tau \rightarrow$ correlate alla risposta del sistema $\rightarrow$ non distorsione
velocità di innesco

Se un sistema ha K poli ma $\exists p_i \ll p_j \forall j \neq i$

$\Rightarrow p_i$ è il polo dominante $\Rightarrow \tau_i = \frac{-1}{p_i} \gg \tau_j \forall j \neq i$

$$\Rightarrow H(\omega) \sim \frac{A_{dc}}{1 + j \omega / f_r}$$

• se al numeratore ho uno zero $\Rightarrow e(t) + a_1 e'(t) = b_1 \cdot g'(t)$.. ignoro cond. in...

$$\Rightarrow E(s) = H(s) \cdot G(s) = \frac{b_1 s}{1 + a_1 s}$$

step input $\Rightarrow G(s) = \frac{b_0}{s} \Rightarrow E(s) = \frac{b_1 \cdot b_0}{1 + a_1 s} \leftrightarrow e(t) = b_1 \cdot b_0 \cdot e^{-t/a_1}$

$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \rightarrow$ respinta la componente continua

Accoppiamento $\rightarrow$ trasferimento di energia elettrica da un sistema all'altro

$\rightarrow$ accoppiamento AC $\rightarrow$ non passa la continua (e.g. accoppiamento tramite un condensatore in serie)

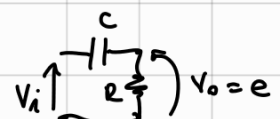
$\rightarrow$ accoppiamento CC $\rightarrow$ passa anche la continua (e.g. accoppiamento tramite un conduttore)

$H(0) = 0 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} H(s) \cdot \frac{b_0}{s} \cdot s = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ $\nearrow$ step

$$H(j\omega) = \frac{j\omega b_1}{1 + j\omega a_1} = \frac{j\omega b_1}{1 + j\omega \tau} \rightarrow \omega_r = \omega_H = 1/\tau$$



passa alto (esempio $\rightarrow$ RC)



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega \tau}{1 + j\omega \tau}, \quad \tau = RC$$

SISTEMI DEL II ORDINE

$$e(t) + a_1 e'(t) + a_2 e''(t) = b_0 g(t) + b_1 g'(t) \quad b_1 = 0$$

$$E(s) = \frac{b_0}{1 + a_1 s + a_2 s^2} \cdot G(s) + \frac{e(0^-) \cdot (a_1 + a_2 s) + e'(0^-) \cdot a_2}{1 + a_1 s + a_2 s^2} \rightarrow T(s)$$

A(s)

$$H(s) = \frac{b_0}{1 + a_1 s + a_2 s^2} \equiv \frac{A_{dc}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

Bode form

coefficiente di smorzamento:

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}$$

pulsazione naturale:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = Q \text{ (quality) factor} = \frac{\text{energia immagazzinata}}{\text{energia dissipata}}$$

$$p_{1,2} = -\xi \omega_0 \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot \omega_0$$

• se $\xi > 1 \Rightarrow$ poli reali

$$\Rightarrow e(t) = e(0^-) \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \cdot \left[\cosh(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} t) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} t) \right]$$

↓
risposta alle condizioni iniziali

$$e(t) = b_0 g_0 \cdot \left\{ 1 - e^{-\xi \omega_0 t} \cdot [\dots] \right\} \rightarrow \text{risposta al gradino (cond. iniz. } \emptyset)$$

• se $\xi < 1 \Rightarrow p_1, p_2 = -\xi \omega_0 \pm j \sqrt{1 - \xi^2} \omega_0$

$$e(t) = e(0^-) \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \cdot \left[\cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t) + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t) \right]$$

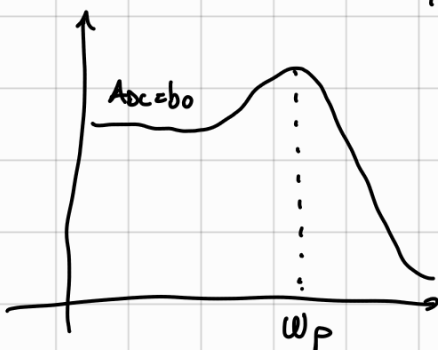
$$= e(0^-) \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \varphi)$$

$\hookrightarrow \varphi = \arctg\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right)$

risposta al gradino: $e(t) = g_0 b_0 \cdot \left[1 - e^{-\xi \omega_0 t} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \varphi) \right]$

$$\tau_{eq} = \frac{1}{\xi \omega_0} = \frac{2Q}{\omega_0} = \frac{2Q}{2\pi f_0} = \frac{Q}{\pi} \cdot T_0$$

$$t_{transitorio} \simeq 5\tau_{eq} = \frac{5Q}{\pi} T_0 \quad ; \quad \omega_n = \text{modal frequency} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$



si definisce poi la pulsazione di risonanza:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

qui si ha il picco della risposta

$\rightarrow$ se $\xi^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow$ risonanza altrimenti no

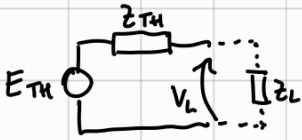
se ξ aumenta il ω_p batte prima

$$\xi^2 > \frac{1}{2} \Rightarrow \xi > \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q = \frac{1}{2\xi} < \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

SISTEMI LTI

→ linear lumped parameter model → ok e $f < f_{max} \Rightarrow \lambda \gg d$
dimensione fisica del device

Thevenin equivalent



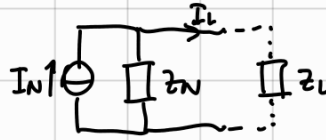
equivalente di un circuito con 2 terminali ottenuto con un generatore di tensione in serie a un'impedenza

part. tens

$$V_L = E_{TH} \cdot \frac{Z_L}{Z_{TH} + Z_L}$$

$$|Z_L| \gg |Z_{TH}|$$

Norton equivalent



equivalente circuitale usando un gen. di corr. in // ad un'impedenza

$$Z_N = Z_{TH} \Rightarrow I_N = \frac{E_{TH}}{Z_{TH}}, \quad E_{TH} = I_N \cdot Z_N$$

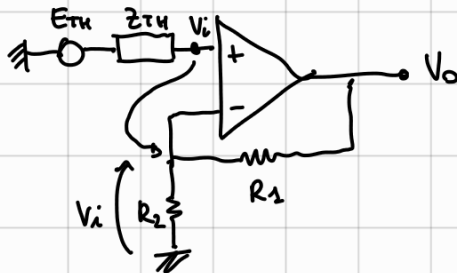
se Z_{TH} è piccolo uno thevenin
se Z_N è grande uno Norton

part. corr.

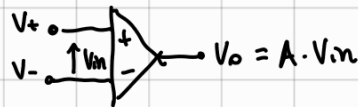
$$I_L = I_N \cdot \frac{Z_N}{Z_L + Z_N}$$

$$|Z_N| \gg |Z_L|$$

Amplificatore (op. amp. in configurazione non invertente → estrin dal +)



OP. AMP.



caratteristiche ideali: $A = \infty, R_{in} = \infty, R_{out} = 0$
 $V_+ = V_-, I_{in} = 0$

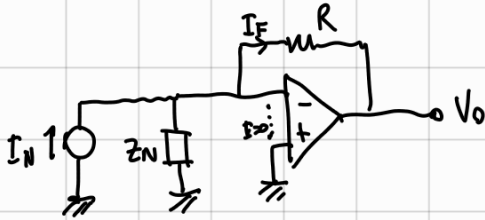
$$V_i = E_{TH}$$

partitore di tensione: $V_i = V_o \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_o = V_i \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = V_i \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}_A$

$$V_o = E_{TH} \cdot \frac{A_o}{1 + \beta A_o}, \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad A_o = \text{OPEN LOOP GAIN} = \frac{A_{oc}}{1 + j\omega/\omega_{ut}}$$

sistema single pole, DC coupled, Z_{IN} molto grande, $z_o \approx 0$

Ampli corrente (invertente)



$$I_F = I_N \cdot \frac{Z_N}{R + Z_N}, \quad \text{vogliamo } Z_N \approx \infty \Rightarrow I_F \approx I_N$$

$$\Rightarrow V_O = -I_F \cdot R = -R I_N$$

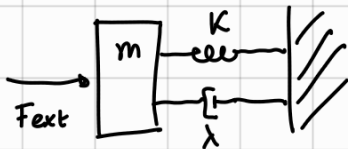
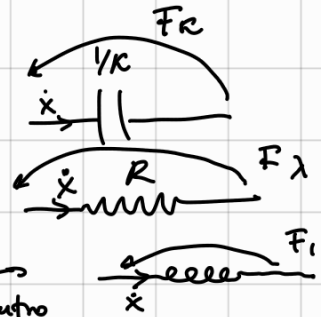
$$A_o = \frac{A_{oc}}{1 + j f / f_H}$$

Lumped parameters

Molla: $F_K = K \cdot x = \frac{K}{s} \cdot \dot{x} \rightarrow$

Smorzatore: $F_\lambda = \lambda \cdot \dot{x} \rightarrow$

Inertzia: $F_I = m \ddot{x} = m \cdot s \cdot \dot{x} \rightarrow$



$$m \cdot \ddot{x}_0 = F_{ext} - K(x_0 - l) - \lambda \dot{x}_0$$

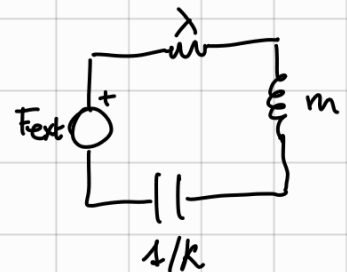
$$\Rightarrow F_{ext} = m \ddot{x}_0 + K(x_0 - l) + \lambda \dot{x}_0$$

$$\Rightarrow F_{ext} = m \cdot s \cdot \dot{x} + \lambda \dot{x} + \frac{K}{s} \dot{x}$$

ponendo $x_0 - l = x$
 $\Rightarrow \dot{x} = \dot{x}_0$
 $\ddot{x} = \ddot{x}_0$

possiamo ottenere un equivalente circuitale

$$F_{ext} = \underbrace{\left(m \cdot s + \lambda + \frac{K}{s} \right)}_{\substack{\text{potenziale} \\ \text{indutt.} \quad \text{resist.} \quad \text{cond.}}} \cdot \underbrace{\dot{x}}_{\text{corrente}}$$



Termiche: conduzione $\rightarrow$ trasferimento di calore all'interno di un corpo solido

convezione $\rightarrow$ trasferimento di calore da un solido a un fluido

radiazione $\rightarrow$ non lineare $\Rightarrow$ facciamo finta non esiste

convezione: $\dot{q} = h (T_1 - T_2)$, $T_1 > T_2$, $\dot{q}$ è il flusso di calore / unità di superficie
 $\hookrightarrow$ conduttività termica

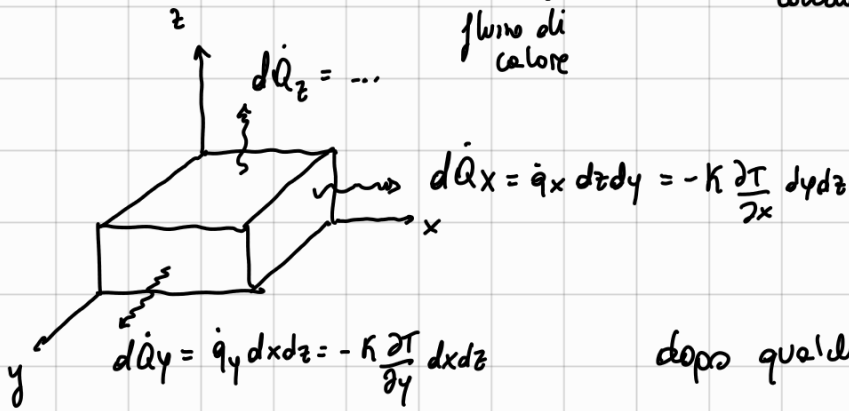
$$\dot{Q} = R \cdot A (T_1 - T_2)$$

$\hookrightarrow$ conduttanza termica, $G_{TH} \rightarrow R_{TH} = \frac{1}{G_{TH}} = \text{resistenza termica}$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{TH}} \rightarrow \Delta V$$



conduttione legge di Fourier: $\vec{q} = -K \cdot \vec{\nabla} \cdot T$ ↗ gradiente della temperatura
↘ K conduttività termica



dopo qualche conto ma nemmeno troppi:

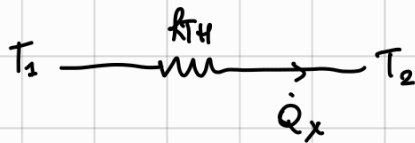
$$T_2 - T_1 = - \left(\frac{t}{KA} \right) \dot{Q}_x$$

$\rightarrow R_{TH}$

$t \rightarrow$ spessore della dimensione considerata (qui stiamo facendo il caso 1D)

$A \rightarrow$ superficie $\perp$ alla direzione t

K e k



Calore conservato in un corpo (inerzia termica)

$dq = c \cdot dT$
↘ calore specifico

$\rightarrow \Delta Q = c \cdot V \cdot \Delta T$

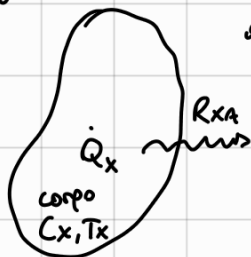
↘ capacità termica, C_{TH}

$\Rightarrow \Delta Q = C_{TH} \cdot \Delta T$

$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = C_{TH} \cdot \frac{dT}{dt}$

relazione differenziale

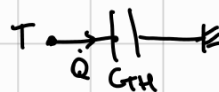
esempio



ambiente T_A

R_{XA}

corpo C_x, T_x



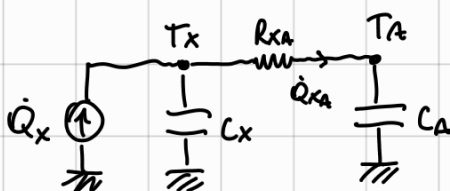
$\dot{Q}_x = C_x \cdot \frac{dT_x}{dt} + \frac{T_x - T_A}{R_{XA}}$

il corpo viene scaldato

parte del calore scalda il corpo

parte viene dissipata per convezione

$\Rightarrow$ scalda l'ambiente



$\rightarrow$ se $C_A \gg C_x$ in pratica $\leftarrow$ come se l'ambiente non risentisse del calore ceduto dal corpo $\Rightarrow$ posso sostituire la capacità C_A con un generatore di tensione

i.e. la temperatura dell'ambiente resta costante



$$\leadsto \dot{Q}_X = C_X \cdot \frac{dT_X}{dt} + \frac{T_X - T_A}{R_{XA}} =$$

$$= C_X \cdot s \cdot T_X - C_X \cdot T_X(0^-) + \frac{T_X - T_A}{R_{XA}}$$

$$\Rightarrow R_{XA} \cdot \dot{Q}_X = \underbrace{C_X R_{XA} s}_{\tau} \cdot T_X - \underbrace{C_X R_{XA} T_X(0^-)}_{\tau} + T_X - T_A$$

$$T_X (1 + \tau s) = R_{XA} \dot{Q}_X + T_A + \tau T_X(0^-)$$

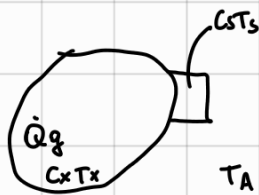
$$\Rightarrow T_X(s) = \frac{R_{XA}}{1 + \tau s} \dot{Q}_X(s) + \frac{T_A(s)}{1 + s\tau} + \frac{\tau T_X(0^-)}{1 + s\tau}$$

considerando che $\begin{cases} T_A(t) = T_A \cdot u(t) \leftrightarrow T_A(s) = \frac{T_A}{s} \\ \dot{Q}_X(t) = Q_X u(t) \leftrightarrow \dot{Q}_X(s) = \frac{\dot{Q}_X}{s} \end{cases}$

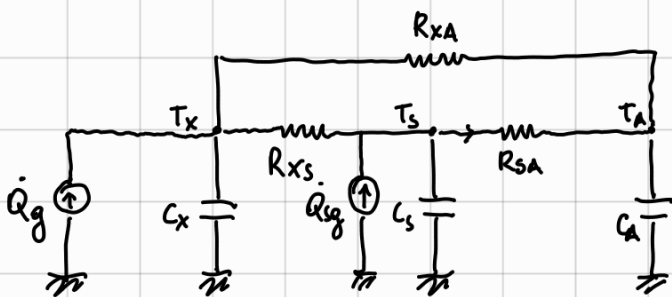
$$T_X(t) = R_{XA} \cdot \dot{Q}_X \cdot (1 - e^{-t/\tau}) + T_A \cdot (1 - e^{-t/\tau}) + \underbrace{\tau T_X(0^-) \cdot e^{-t/\tau}}_{\rightarrow \text{va a zero con } \tau}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T_X(t) = R_{XA} \cdot \dot{Q}_X + T_A$$

(esempio 2)



→ ha condizione $X \rightarrow S$
convezione $X \rightarrow A$, $S \rightarrow A$



TIPI DI SENSORI



Sensori passivi: **RESISTIVI** → $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$

resistività → geometria → stress, tensione, posizione, orientazione

temperatura, umidità, componenti chimici, $\vec{B}$, tensione, luce

CAPACITIVI → $C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$

costante dielettrica / permittività → geometria → steri di prime

umidità, temperatura, chimica

INDUTTIVI → $L = \frac{n^2 \cdot A}{l} \cdot \mu = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$

geometria → velocità, orientamento

permeabilità → umidità...

reluttanza magnetica

Sensori attivi → **GENERATORI DI TENSIONE** (bassa zin)

→ elettrochimici (composti chimici)

→ elettromagnetici (velocità)

→ termoelettrici (temperatura)

GENERATORI DI CORRENTE (alta zin)

→ piezoelettrici (stress/tensione)

→ elettrochimici (,,)

→ optoelettronica (luce)

MEMS → micro machined sensors → basati su circuiti integrati (IC), consentono di integrare anche l'elettronica (front end + A/D + processing)

SENSORI PRIMARI

• Pressione: $g = p$ distinguamo i casi in cui la misura sia:

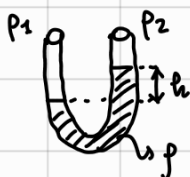
- differenziale (misura $p_1 - p_2$)
- assoluta ($p_1 = 0 p_2$)
- gauge pressure ($p_1 = 1 \text{ atm}$)

e i vari range:

- alta pressione → $> 100 \text{ atm}$
- p. atmosferica → $\sim 1 \text{ atm}$
- vuoto → $< 1 \text{ atm}$

Unità → Pa , $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ KPa}$
 $1 \text{ bar} = 100 \text{ KPa}$
 $1 \text{ Tor} = 133 \text{ Pa}$
 $1 \text{ PSI} = 6.89 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

① Colonna di liquido



$$A \cdot (p_1 - p_2) = A \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

gravità
misurando

$$g = \Delta p$$

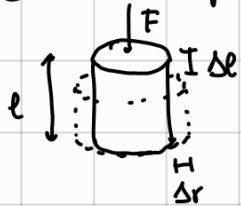
$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

questo è quello che poi vado a misurare col sensore

misura differenziale

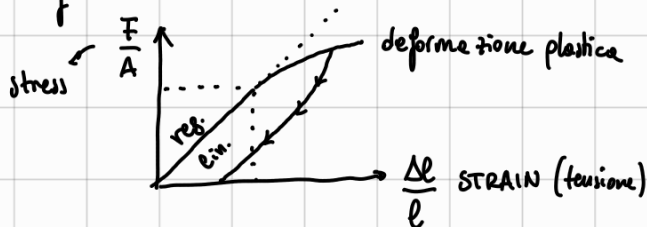
g'

② Pistone deformabile



$$F = A p_1, \quad F = K(x-l)$$

$\Delta x = g$



se si deforma potrebbe rompersi o comunque modificare il suo comportamento

Modulo di Young := $E = \frac{F/A}{\Delta l/l}$ → se il materiale è isotropo ⇒ non dipende dalla direzione della forza impressa

stress strain

Modulo di Poisson := $\nu = - \frac{\Delta r/r}{\Delta l/l} = - \frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}}$

③ Tubi di Bourdon

→ metodo analogico, misurato con gli angoli



Capipule, membrane, diaframmi

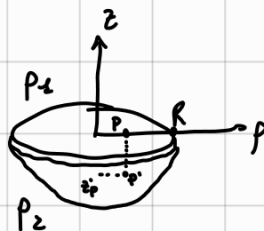


se $p_1 > p_2$ sale, se $p_1 < p_2$ scende
se $p_1 = p_2$ non si muove

④ MEMS (con membrana)



capacità variabile



(caso $p_1 > p_2$)

$$z_p' - z_p = D_z(r) \rightarrow \text{deflessione}$$

$$D_z(r) = \Delta p \frac{3(1-\nu^2) \cdot R^4}{16 E t^3} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 = \alpha(r) \cdot \Delta p$$

spessore della membrana

la deflessione modifica la superficie (mediamente)

$$\bar{D}_z = \frac{1}{\pi R^2} \cdot \int_0^R dp \int_0^{2\pi} d\theta p \cdot D_z(r) = \frac{D_z(0)}{3}$$

• Portata $q = \Phi$ (liquido incompressibile che si muove a velocità $v/c < 0.3$) velocità del suono

① Orifizi/aperture



$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow \text{volume}$

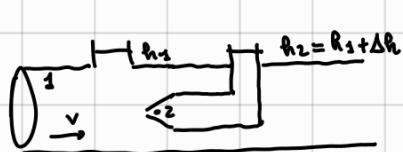
$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow \text{velocità} \Rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$

Equazione di Bernoulli: $\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho g h = \text{costante}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2$ $h_1 = h_2$

$\Rightarrow \rho \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 v_2^2 + 2p_1 = \rho v_2^2 + 2p_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)}}$ g'

② Tubo di Pitot

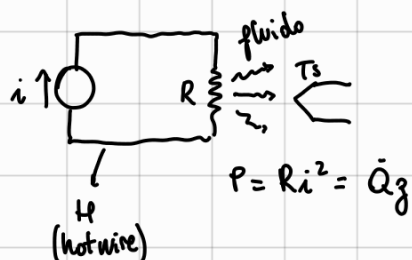


$v_2 = 0 \rightarrow \text{punto di ristagno}$

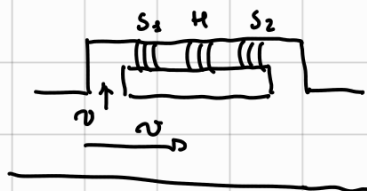
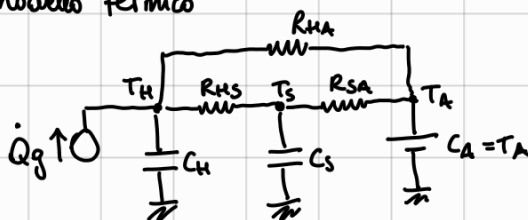
Bernoulli eq. $\frac{1}{2} v_1^2 \rho + p_1 = p_2$ $\text{in } 2 \quad v_2 = 0$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}} = \sqrt{2 \Delta h g}$

③ Anemometro



modello termico



S_1 e' il sensore che misura la temperatura T_1
 H scalda il fluido
 S_2 e' il sensore che misura la temperatura T_2

④ Ultrasuoni $\rightarrow$ effetto doppler, misurazione del tempo di volo



$T_x @ f_0, R_x @ f_0'$

$f_0' = f_0 \cdot \left(1 - \frac{2v \cos \theta}{c} \right)$

velocità del suono

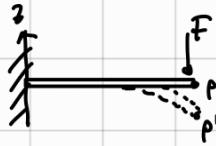


$T_{\text{DOWN}} = \frac{L}{c + v \cos \theta}, \quad T_{\text{UP}} = \frac{L}{c - v \cos \theta}$

$\Rightarrow c = \frac{L}{2} \frac{T_{\text{U}} + T_{\text{D}}}{T_{\text{U}} \cdot T_{\text{D}}}, \quad v = \frac{L}{2} \cdot \frac{T_{\text{U}} - T_{\text{D}}}{T_{\text{U}} \cdot T_{\text{D}}}$

• **Forza** ① Molla $\rightarrow F = -K(x-l)$

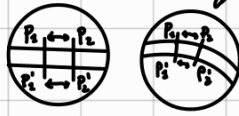
② MEMS - cantilever



Deflessione $\rightarrow D_z(x) = -z p_1$

$$D_z(x) = F \cdot \frac{L}{2EI} x^2 \left(1 - \frac{x}{3L}\right)$$

Young modulus, inertia, $I = \frac{t^3 \cdot l}{12}$ (thickness)

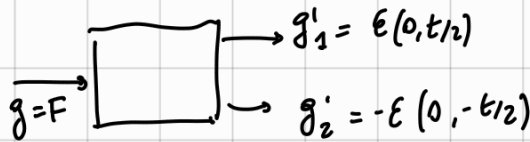
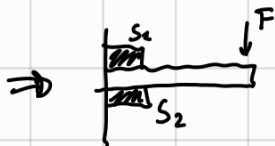


Strain: $\epsilon_x(x, z) = \frac{\Delta x}{x} = -\epsilon_x(x, -z)$

è simmetrica nel senso che se sopra all'incavo la faccia superiore compressa e quella inferiore elongata

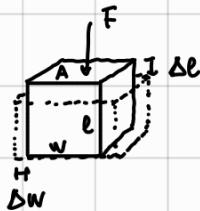
$$\epsilon_x(x, \frac{t}{2}) = \frac{6(L-x)}{lt^2 E} \cdot F = -\epsilon_x(x, -\frac{t}{2})$$

Lo strain può essere convertito in una grandezza elettrica tramite un sensore



→ senore differenziale
molto buono per reiettore i
modi common mode

③ Celle di coiro

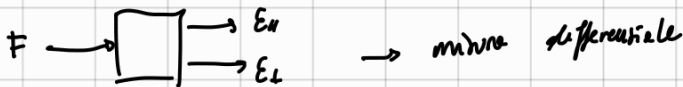


strain

$$E = \frac{F/A}{\Delta l/l} = \frac{F/A}{\epsilon_l}$$

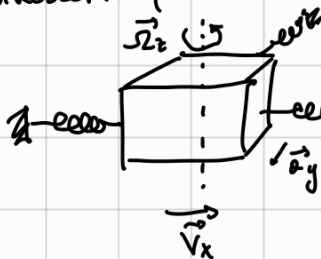
strain

$$\epsilon_H = \frac{F}{AE}, \quad \epsilon_L = \frac{\Delta w}{w} = -\nu \cdot \frac{F}{AE} = -\nu \cdot \epsilon_H$$



• **ROTATION / ORIENTAZIONE**

① GIROSCOPIO (a strutture vibrante)



$$q = \vec{\Omega}_z, \quad g' = \Delta y$$

Una è l'accelerazione di Coriolis

$$\vec{V}_x = \omega \cdot R \cos \omega t \rightarrow \text{v.cue tenuto in oscillazione}$$

$$x(t) = R \sin \omega t$$

$$\vec{a}_c = a_y = -2 \vec{\Omega}_z \times \vec{V}_x$$

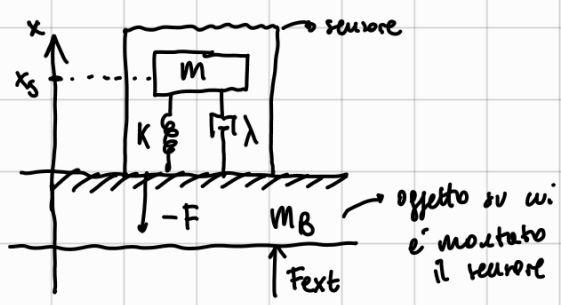
$$\Rightarrow F = m \cdot a_c = \Delta y \cdot K_y \Rightarrow \Delta y = \frac{m}{K_y} \cdot a_c = \left(-\frac{m}{K_y} \cdot 2\omega R \cos \omega t \right) \Omega_z$$

sulla molla

sensitività

② ACCELEROMETRO (molla-massa-smorzatore)

1D



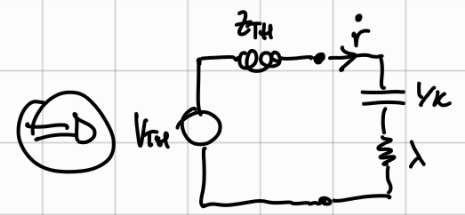
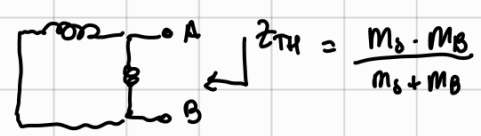
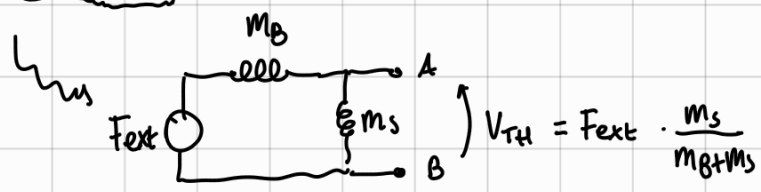
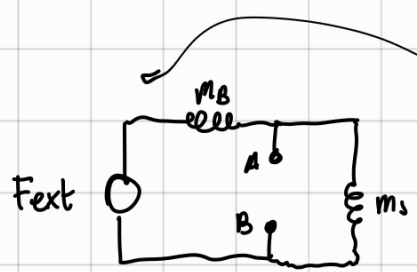
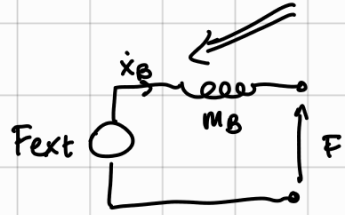
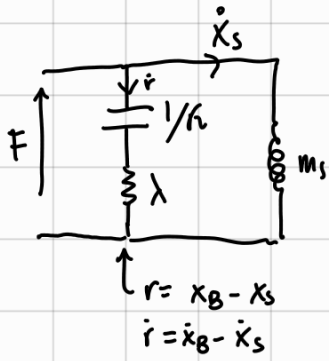
$F_{ext} = m_B \cdot \ddot{x}_B$ sente il sensore
 $\Rightarrow \ddot{x}_B = a = \frac{F_{ext}}{m_B}$, $g = a$

Considerando anche il sensore

$$\begin{cases} m_B \ddot{x}_B = F_{ext} - F \\ m_s \ddot{x}_s = F = K \cdot r + \lambda \dot{r} \end{cases}$$

↓
parallelo

$F = F_{ext} - m_B \ddot{x}_B$



accelerazione del corpo

$$\Rightarrow \dot{r} = \frac{m_s \cdot a(s)}{m_s \cdot s + \frac{K}{s} + \lambda} \Rightarrow \frac{\dot{r}(s)}{A(s)} = \frac{m_s}{m_s \cdot s + \frac{K}{s} + \lambda}$$

essendo $m_s \ll m_B$

$$\Rightarrow V_{TH} \simeq \frac{F_{ext} \cdot m_s}{m_B} \quad z_{TH} \simeq m_s$$

/ $\ddot{x}_B \cdot m_s$

bode form

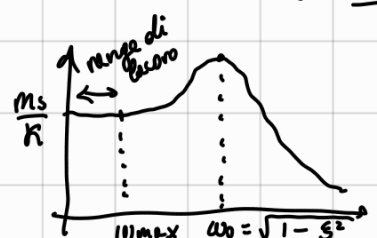
$$= \frac{\dot{r}(s)}{A(s)} = \frac{\dot{r}(s)}{\ddot{x}_B(s)} = \frac{\frac{m_s}{K}}{\frac{m_s}{K} s^2 + \frac{\lambda}{K} s + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s/K}{\frac{m_s}{K} s^2 + \frac{\lambda}{K} s + 1}$$

$A_{dc} = m_s/K$
 $\omega_0 = \sqrt{K/m_s}$
 $\xi = 2\lambda \sqrt{1/Km_s}$
 $\Rightarrow Q = \frac{\sqrt{K m_s}}{\lambda}$

per la velocità $\rightarrow \frac{R(s)}{V(s)} = \frac{R(s)}{\frac{A(s)}{s}} = s \cdot \frac{m_s/K}{\dots}$

per la posizione $\rightarrow \frac{R(s)}{X(s)} = \frac{R(s)}{\frac{A(s)}{s^2}} = s^2 \cdot \dots$



SENSORI

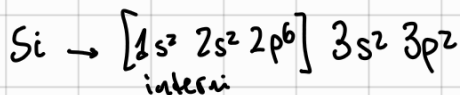
→ sfruttano materiali / geometria / accoppiamento elettromagnetico

microstrutture dei solidi:

- cristalli → ordinati, composti da un reticolo e alle due si ripetono (ANISOTROPI)
- policristalli → composti da + cristalli singoli (generalmente ISOTROPI)
- materiali amorfi → no ordinamento spaziale (ISOTROPI)
- vetri
- polimeri → lunghe catene di molecole organiche (monomeri)
↳ dipendono dai monomeri e dai legami tra questi

legami:

- covalente → condivisione di elettroni del proprio esterno
- ionico → uno dona l'altro accetta elettroni
- metallico → tutti gli elettroni esterni sono condivisi dagli atomi del solido
- Van der Waals → legame debole (no nei solidi)



@ OK: BANDA DI VALENZA: livello energetico occupato + alto

BANDA DI CONDUZIONE: + basso tra i livelli energetici liberi

BANDA PROIBITA: spazio tra le bande di valenza e conduzione, non contiene nessun livello energetico consentito

metalli → banda parzialmente riempita o bande parzialmente in sovrapposizione

semiconduttori → banda proibita piccola ($E_g < 4\text{ eV}$)

isolanti → banda proibita molto ampia

Fermi-Dirac distrib.: $f_e(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}}$ → $P(e \in E)$ probabilità che un elettrone occupi il livello energetico E

↳ Energia di Fermi
↳ costante di Boltzmann
↳ temperatura

In un solido abbiamo:

$n_i = \int_{E_C}^{+\infty} N_C(E) \cdot f_e(E) dE \approx \int_{E_C}^{+\infty} N_C(E) \cdot e^{-\frac{E-E_F}{kT}} dE = N_C \cdot e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}}$

↳ densità di elettroni liberi nella banda di conduzione
↳ densità di livelli energetici (stati) sopra la banda di conduzione
↳ appross
↳ massa effettiva elettrone
↳ densità effettiva di stati nella BDC

$n_i = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2m_e^* \cdot kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}}$

$p_v = \int_{-\infty}^{E_V} N_V(E) \cdot (1 - f_e(E)) dE \approx \int_{-\infty}^{E_V} N_V(E) \cdot e^{-\frac{E_F-E}{kT}} dE = N_V \cdot e^{-\frac{E_F-E_V}{kT}}$

↳ densità di lacune in BVC
↳ massa effettiva lacuna

Un semiconduttore intrinseco non ha impurità $\Rightarrow$ lacune e elettroni liberi si sono formati a coppie $\Rightarrow n_i = p_i$

$$N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \rightarrow N_v \cdot e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$$

$$\Rightarrow \frac{N_c}{N_v} = \frac{e^{-(E_F - E_v)/kT}}{e^{-(E_c - E_F)/kT}} = e^{-(E_F - E_v - E_c + E_F)/kT} = e^{-(2E_F - E_v - E_c)/kT}$$

$$\Rightarrow kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{N_v}\right) = E_v + E_c - 2E_F \Rightarrow E_F = \frac{E_v + E_c}{2} - \frac{1}{2} kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{N_v}\right)$$

$E_i \rightarrow$ Energia di Fermi intrinseca

dipende da $\frac{m_e^*}{m_h^*}$

$\Rightarrow$ se $m_e^* \approx m_h^* \Rightarrow E_F \approx E_i =$ valor medio tra E_c ed E_v

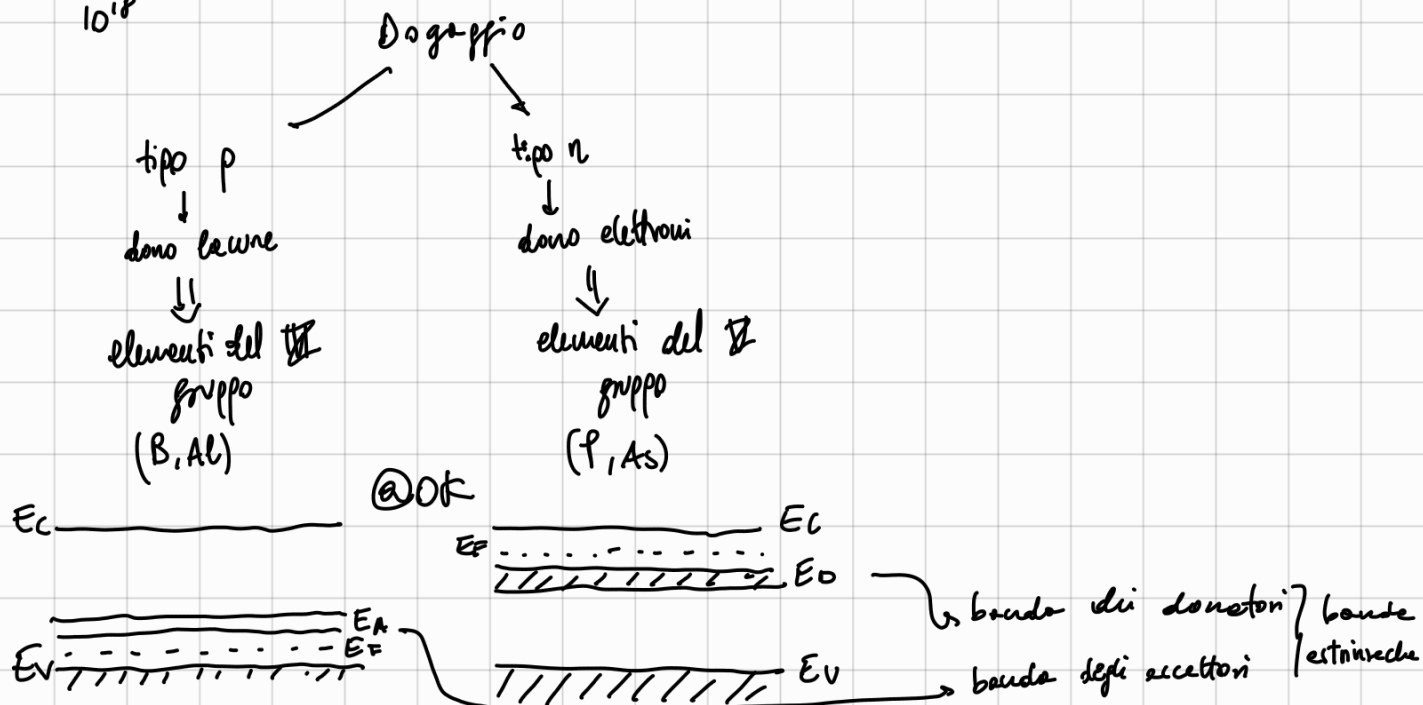
$$\text{molte } n_i p_i = n_i^2 = N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} = N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_c - E_F + E_F - E_v}{kT}} =$$

$$= N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_c - E_v}{kT}}$$

$$\Rightarrow n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_c - E_v}{2kT}} \rightarrow E_g$$

Drogaggio $\rightarrow$ aggiunta di elementi esterni per modificare le caratteristiche elettroniche (compte fondamentalmente nell'aggiungere cariche libere o lacune)

$\hookrightarrow \approx 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, mentre la densità di atomi di silicio nel reticolo $\approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$



@ 300K → gli elettroni nella E_D passano in banda di conduzione
 ↪ i portatori sono gli elettroni
 gli elettroni della E_V possono simmetricamente pensarla come lacune che passano da E_A alla banda di conduzione
 ↪ i portatori sono le lacune

equilibrio: $p + N_D^+ = n + N_A^-$
 ↪ densità di accettori
 ↪ densità di donatori

consideriamo il caso di drogaggio n (donatori)
 ⇒ aggiungo elettroni nella banda di valenza (nella acceptor band)

⇒ $N_V(E) = N_V(E) + N_D \cdot \delta(E - E_D)$ densità degli stati

⇒ $n_c = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$ → lo stesso di prima perché non ho cambiato il numero di elettroni in banda di conduzione

$$n_v = \int_{-\infty}^{E_V} N_V(E) \cdot (1 - f_e(E)) dE = \dots = \underbrace{N_V \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}}_{\text{quello di prima}} + \underbrace{\frac{N_D^+}{}}_{\text{quelli aggiunti}}$$

↪ $N_D^+ = \frac{N_D}{1 + g_D \cdot e^{\frac{E_F - E_D}{kT}}}$ densità di donatori
 ↪ adesso il gap è tra E_F ed E_D
 ↪ $N_D \cdot e^{-\frac{E_F - E_D}{kT}}$
 densità effettiva di donatori

legge di azione di massa:

$$n \cdot p = n_i \cdot p_i = n_i^2 \Rightarrow n = \frac{n_i^2}{p}$$

$$= N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

@ ≈ 0K → $n \approx N_D^+ \approx N_D \cdot e^{-\frac{E_F - E_D}{kT}}$

@ intermediate temp. → $n \approx N_D$ → extrinsic region → il semiconduttore si comporta come un metallo

@ high temp. → $n \approx p$ → intrinsic region → si comporta come il semiconduttore intrinseco

↪ tutti elettroni sono in banda di conduzione (+ di quelli legati ai donatori)

↪ $n \approx N_v \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$

• difetti di superficie $\rightarrow$ corrispondono a livelli energetici estrinseci $\rightarrow$ le cariche ci si accumulano

trasporto dei portatori di carica (qui per gli elettroni)

$$\frac{\partial n'}{\partial t} = \frac{1}{q_e} \nabla \cdot \vec{J}_n + G + \frac{n'}{\tau}$$

$\hookrightarrow$ corrente di trasporto = corrente di deriva + corrente di diffusione

$$\vec{J}_n = \sigma_n \cdot \vec{E} + q_e \cdot D_n \cdot \nabla n$$

σ_n $\hookrightarrow$ conducibilità
 D_n $\hookrightarrow$ coefficiente di diffusione

$$1D: J_n = \sigma_n \cdot E + q_e D_n \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$

Corrente di deriva

consideriamo un elettrone: $m_e^* \vec{a} = q \cdot \vec{E}$

$\Rightarrow \vec{a} = q \cdot \frac{\vec{E}}{m_e^*} \rightarrow$ si muovono fructi non si attaccano nel reticolo (mediante ogni 2 secondi ($\approx 10^{-12}$ s @ 300K))

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{a} \cdot \tau = \frac{q \cdot \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E}$$

$\tau = \frac{\lambda}{v_{th}}$ $\rightarrow$ valor medio della lunghezza percorsa senza battere (percorso libero)

$\hookrightarrow$ velocità termica: $v_{th} = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e^*}}$

la densità di corrente di deriva è:

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= n \cdot q \cdot \vec{v} = n \cdot \frac{q^2 \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E} = \sigma_n \cdot \vec{E} \\ &= q \cdot n \cdot \frac{q \cdot \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E} \end{aligned}$$

$\mu_n \rightarrow$ mobilità elettrica

non confondere con quella totale questa è solo deriva

$\tau \uparrow \Rightarrow \sigma_n, \mu_n \downarrow$

$\hookrightarrow$ gli atomi del reticolo hanno + energia

$\Rightarrow$ gli elettroni dissipano + calore $\Rightarrow \tau$ diventa + corto (battano + spesso)...

la corrente di diffusione è legata al gradiente della concentrazione degli elettroni che sono attratti verso le zone in cui ce ne sono di meno

$$\Rightarrow \vec{J} = \sigma_n \cdot \vec{E} + \sigma_p \cdot \vec{E} = \mu_n q n \vec{E} + \mu_p q p \vec{E}$$

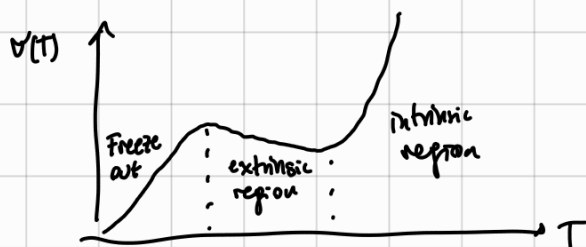
nel caso intrinseco:

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \vec{E} (\sigma_n + \sigma_p) = n p \cdot \vec{E} (\mu_n + \mu_p) = \\ &= \frac{\sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}}{n} \cdot q (\mu_n + \mu_p) \cdot \vec{E} \end{aligned}$$

caso estrinseco (p.i. n)

$$\vec{J} = \sigma_n \vec{E} (+ \sigma_p \cdot \vec{E})$$

la componente maggioritaria è legata agli elettroni



inoltre ρ_n dipende anche dalla deformazione del reticolo $\rightarrow$ piezoresistività

infatti cambia $\lambda \Rightarrow \rho_n$

nei metalli è descritta come $\frac{d\rho}{\rho} = C \cdot \frac{dV}{V}$

coefficiente di piezoresistività

Nei semiconduttori drogati (anisotropi) abbiamo una relazione tensoriale:

$$\frac{\partial \rho}{\rho_0} = \overline{\Pi} \overline{C} \overline{E}$$

$\overline{\Pi}$ $\rightarrow$ tensor di piezoresistività
 $\overline{C}$ $\rightarrow$ tensor delle costanti elastiche
 $\overline{E}$ $\rightarrow$ tensor delle tensioni

Magnetoresistività $\rightarrow$ dipendenza di ρ dal campo magnetico $\rightarrow \rho = \rho(H)$

↳ ordinary MR

↳ giant "

↳ colossal "

↳ tunnel effect "

} quantistici

MR geometrica (accade ad ogni materiale) $\rightarrow$ cariche si muovono

$$\vec{v} = \mu \cdot \vec{E} + \mu (\vec{v} \times \vec{B}) = \dots = \frac{\mu}{1 + \mu^2 B^2} (E_{\perp} + \mu \vec{E} \times \vec{B}) + \mu E_{\parallel}$$

↓
diminuisce con $\vec{B}$

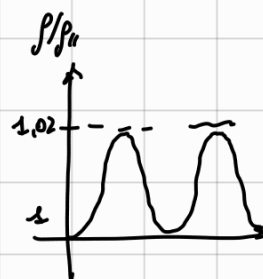
MR anisotropa $\rightarrow$ dipende dall'angolo φ tra $\hat{n}$ e $\vec{B}$

↓
eg. policristalli
ferromagnetici

$$\rho(\varphi) = \rho_{\perp} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_{\perp}, \quad \cos \theta = 0, \quad \theta = 90^\circ$$

$$\rho = \rho_{\parallel}, \quad \cos \theta = 1, \quad \theta = 0^\circ$$



Polarizzazione elettrica

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$$

↑
vettore polarizzazione elettrica

momento di dipolo $\rightarrow$ $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$

la densità di carica è

$$\rho = -\nabla \cdot \vec{P} + \rho_{libere}$$

nel vuoto $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (Gauss)

in un solido: $\nabla \vec{E} = \frac{\rho_{libera}}{\epsilon_0} - \frac{\nabla \vec{P}}{\epsilon_0}$ $\rightarrow$ legate alla polarizzazione delle molecole che lo compongono

$$\Rightarrow \rho_{libera} = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} + \nabla \cdot \vec{P} = \nabla \cdot (\underbrace{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}_{\vec{D}})$$

$\vec{D} \rightarrow$ vettore induzione elettrica

$\rightarrow$ serve per derivare la polarizzazione di un dielettrico a seguito dell'applicazione di un campo elettrico

$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho_{libera}$$

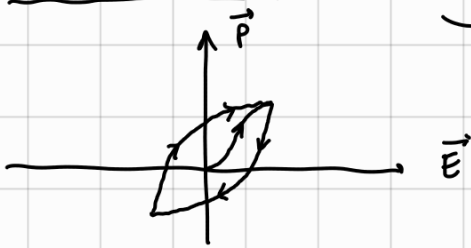
se il dielettrico è isotropo $\Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ $\rightarrow$ suscettività elettrica

$$\Rightarrow \vec{D} = \underbrace{\epsilon_0 (1 + \chi)}_{\epsilon} \vec{E} = \epsilon \cdot \vec{E}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

per solidi anisotropi c'è invece una relazione di natura tensoriale $\vec{D} = \underline{\underline{\epsilon}} \cdot \vec{E}$

$\rightarrow$ per sempre lineare, ce ne sono anche di non lineari

FERROELETTICITÀ (sterici)



$\rightarrow$ materiali che presentano una polarizzazione elettrica residua anche in assenza di un campo elettrico

PIEZOELETTRICITÀ la deformazione meccanica del reticolo genera una polarizzazione P

$$\vec{D} = \underline{\underline{\epsilon}} \vec{E} + \underline{\underline{d}} \cdot \underline{\underline{T}} \rightarrow \text{stress}$$

$$\vec{S} = \underline{\underline{s}} \cdot \underline{\underline{T}} + \underline{\underline{d}} \cdot \vec{E}$$

strain

$\rightarrow$ coefficiente piezoelettrico

esempi di piez.:
PZT, Quarzo (SiO_2),
PVDF (polimero)

PIEROELETTICITÀ $\rightarrow$ variazione della polarizzazione con la temperatura

$$P_i = \frac{dP_i}{dT} \rightarrow \text{componente } i\text{-esima del vettore polarizzazione}$$

coefficiente pieroelettrico

Note: Ferroel., piezoe., pieroe. scompaiono per $T > T_{curie}$

Non dielettrici $\rightarrow \vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \rightarrow$ definizione statica

nel DF $\rightarrow \vec{P}(\omega) = \chi(\omega) \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}(\omega)$

$$\vec{P}(t) = \int_{-\infty}^t \chi(t-\tau) \cdot \vec{E}(\tau) \cdot \epsilon_0 d\tau$$

$\Rightarrow$ permittività complessa $\hat{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) + j\epsilon''(\omega)$
 $\downarrow$ $\hookrightarrow$ carica libere
 comportamento dielettrico $\hookrightarrow \epsilon = \lim_{\omega \rightarrow 0} \epsilon'(\omega)$ $\rightarrow$ e si ottiene la relazione statica di prima

eq. maxwell: $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_d + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_d + \vec{J}_s = \sigma(\omega) \cdot \vec{E}(\omega) + j\omega \epsilon \vec{E}(\omega) =$
 $\downarrow$ $\downarrow$
 corr. di deriva $\downarrow$ corr. di spostamento $\hookrightarrow \epsilon'(\omega)$
 $= j\omega \vec{E}(\omega) \cdot \left[\epsilon'(\omega) - j \underbrace{\frac{\sigma(\omega)}{\omega}}_{\epsilon''(\omega)} \right] = j\omega \vec{E}(\omega) \cdot \hat{\epsilon}(\omega)$

ϵ''/ϵ'	condizione di corrente	propagazione del campo
0	—	dielettrico perfetto, mezzo lossless, electromagnetic field (EM) propagato senza attenuazioni
$\ll 1$	conduttività bassa	perdite scarse, buon dielettrico
~ 1	perdite	propagazione lossy
$\gg 1$	conduttività alta buon conduttore	mezzo con elevate loss
∞	conduttore perfetto	—

Comportamento magnetico

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ nel vuoto
 $\downarrow$ $\downarrow$
 densità del flusso magnetico [T] $\downarrow$ intensità del campo magnetico [$\frac{A}{m}$]
 $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

nei materiali $\rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \underbrace{\mu_r \cdot \vec{H}}_{\substack{\text{risposta del materiale} \\ \text{magnetizzazione}}} = \mu_0 (1 + \chi_m) \cdot \vec{H} = \underbrace{\mu \cdot \vec{H}}_{\substack{\text{permeabilità magnetica} \\ \text{scalare se isotropo, altrimenti tensore}}}$
 $\downarrow$ $\downarrow$
 suscettibilità magnetica

materiali DIAMAGNETICI: $\mu_r < 1 \Rightarrow \vec{H}$ si oppone ad $\vec{H}$ $|\chi_m| \approx 10^{-4}$ $\nearrow$ ma negativa

PARAMAGNETICI: $\mu_r > 1 \Rightarrow \vec{H}$ rinforza $\vec{H}$ $10^{-5} < |\chi_m| < 10^{-3}$

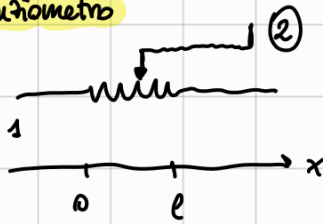
FERROMAGNETICI: altamente non lineari $\rightarrow \mu = \frac{d\vec{B}}{d\vec{H}}$, $\mu(H_0) = \left. \frac{d\vec{B}}{d\vec{H}} \right|_{H_0}$

$\mu_r = \frac{\mu(H_0)}{\mu_0}$

SENSORI RESISTIVI

usati per: temperatura, peso, strain/stress, campo magnetico, potenza ottica, componenti di misura

① Potenzimetro



$$R(x) = \rho \frac{x}{s}, \quad R_T = \rho \cdot \frac{l}{s}$$

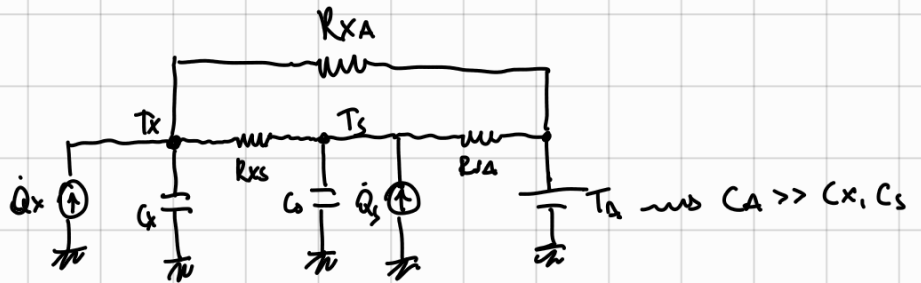
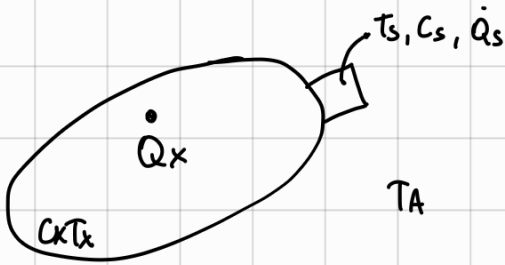
resistenza totale

Lo si legge poi con un partitore

② Sensori resistivi di temperatura

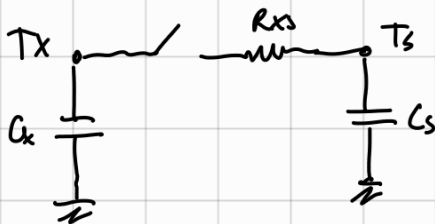
$$R = \rho \frac{l}{s}, \quad R(T) = R$$

La resistenza dipende dalla temperatura



$$\begin{cases} \dot{Q}_x = \frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_x - T_A}{R_{xA}} + C_x \cdot \frac{dT_x}{dt} \\ \dot{Q}_s = \frac{T_s - T_A}{R_{sA}} + \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \cdot \frac{dT_s}{dt} \end{cases}$$

③ Caso sensore e corpo isolati ($\Rightarrow$ no T_A)



$$\begin{cases} \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \frac{dT_s}{dt} = 0 \\ \frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + C_x \frac{dT_x}{dt} = 0 \end{cases}$$

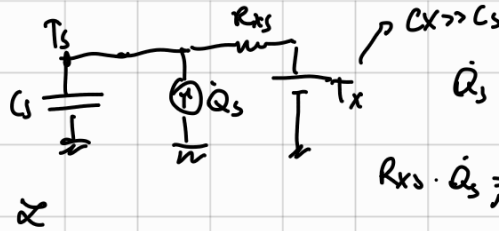
se sommo le due la parte dissipata dalla resistenza mi si cancella e rimangono solo i condensatori

$$\Rightarrow C_s \cdot \frac{dT_s}{dt} + C_x \frac{dT_x}{dt} = 0 \rightarrow s(C_s T_s + C_x T_x) - (C_x T_x(0^-) + C_s T_s(0^-)) = 0$$

quando arrivano all'equilibrio $T_{s\infty} = T_{x\infty}$

$$\Rightarrow T_{x\infty} = \frac{C_x T_x(0^-) + C_s T_s(0^-)}{s(C_s + C_x)}$$

② Self heating effect



$$\dot{Q}_s = \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \frac{dT_s}{dt} =$$

$$R_{xs} \cdot \dot{Q}_s = T_s - T_x + \frac{R_{xs} C_s}{\tau} \frac{dT_s}{dt}$$

TUTTE PUTANATE $\rightarrow R_{xs} \cdot \frac{\dot{Q}_s}{s} = T_s - \frac{T_x}{s} + \tau T_s - \tau \cdot T(0^-) \rightarrow R_{xs} \dot{Q}_s = s T_s \cdot (1 + \tau s) - T_x - \tau s T(0^-)$

$$\Rightarrow T_s = \frac{R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x}{s(1 + \tau s)} + \frac{\tau T(0^-)}{1 + \tau s} \rightarrow \tau T(0^-) \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow \text{va a zero}$$

$$\hookrightarrow \frac{A}{s} + \frac{B}{1 + \tau s}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_{xs} \dot{Q}_s + T_x}{1 + \tau s} = R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -1/\tau} \frac{R_{xs} \dot{Q}_s + T_x}{s} = -\frac{1}{\tau} (R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x)$$

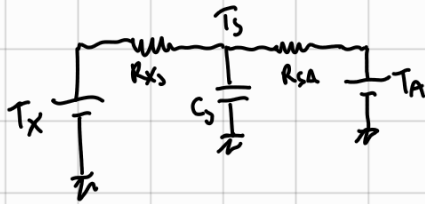
$$\Rightarrow T_s = (R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x) \cdot \left(1 - \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}\right) + \tau T_s(0^-) \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow T_{s\infty} = R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x$$

componente legata al riscaldamento $\Rightarrow$ o indico $\dot{Q}_s$ o indico R_{xs}

buon accoppiamento termico tra X e S

③ Accoppiamento con l'ambiente



$$\frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_A - T_s}{R_{sa}} - C_s \frac{dT_s}{dt} = 0$$

$$\frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_A - T_s}{R_{sa}} - s(C_s T_s + C_s T_s(0^-)) = 0$$

$$\Rightarrow T_s \cdot \left(\frac{1}{R_{xs}} + \frac{1}{R_{sa}} + s C_s\right) = \frac{T_x}{R_{xs}} + \frac{T_A}{R_{sa}} + C_s T_s(0^-)$$

$$T_s \cdot \left(\frac{R_{sa} + R_{xs} + s R_{sa} R_{xs} C_s}{R_{xs} \cdot R_{sa}}\right) = \dots$$

$$\Rightarrow T_{s\infty} = \frac{T_x \cdot R_{sa}}{R_{xs} + R_{sa}} + \frac{T_A \cdot R_{xs}}{R_{xs} + R_{sa}}$$

$$\text{l'errore } e^{-T_{s\infty} - T_x} =$$

$$= \frac{R_{xs}}{R_{xs} + R_{sa}} (T_A - T_x)$$

per avere errore piccolo voglio

$$R_{sa} \gg R_{xs}$$

convezione

conduzione

$$\frac{1}{hA}$$

$$\frac{t}{kA}$$

③ RTD (resistive temperature detector)

$\rightarrow$ fatti in metallo puro $\Rightarrow$ TCR è t.c.:

$\hookrightarrow$ temperature coeff. of resistance

$$\rightarrow TCR = \alpha_R = \alpha = \frac{dR}{dT} \cdot \frac{1}{R} > 0 \quad (\text{PTC} \rightarrow \text{positive TC} \Rightarrow \text{se } T \uparrow \Rightarrow R \uparrow)$$

$$\alpha_R \approx 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad R = \rho \frac{L}{S} \quad \text{ma } \rho(T) \text{ aumenta con } T \rightarrow \text{si usano Pt, Ni, Ni-Fe, Cu, W (T alte)}$$

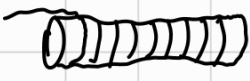
standard $\rightarrow$ PT-100

ci sono vari standard e classi alla base della precisione

2 tipi:



thin film



wire-wound

PT-100 $\rightarrow R(0^\circ\text{C}) = 100\Omega$

Espresso la relazione di CALNDAR-VAN DUZEN

$$R = R_0 \cdot (1 + AT + BT^2 + CT^3 \cdot (T - 100^\circ\text{C})) \quad , \quad T < 0^\circ\text{C}$$

$$\approx R_0 (1 + AT + BT^2) \quad , \quad 0^\circ\text{C} < T < 850^\circ\text{C}$$

$A \approx 10^{-3} \quad , \quad B \approx 10^{-7} \quad , \quad C \approx 10^{-12}$

La TCR è spesso definita come

$$\frac{R_{100} - R_0}{100^\circ\text{C} \cdot R_0}$$

Errore di linearizzazione $\Delta T = \frac{dT}{dA} \cdot \Delta A + \frac{dT}{dB} \cdot \Delta B + \frac{dT}{dC} \cdot \Delta C + \frac{dT}{dx} \cdot \Delta R$

legato alla read out electronics

④ THERISTORS

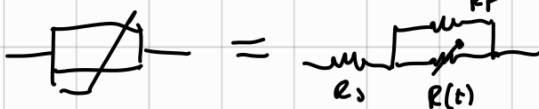
polveri ceramiche range $-55^\circ\text{C} \div 150^\circ\text{C}$

hanno un TCR negativo (sono detti NTC) $\rightarrow \alpha = \frac{dR}{dT} \cdot \frac{1}{R} < 0$

basati sul comportamento semiconduttivo del materiale che porta alla conduttività attivata termicamente

simbolo

equiv. circuitale



$$R(T) = R_A \cdot e^{\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)}$$

$T_A = \text{reference temp} = 300\text{K}$
 $\beta = \text{temp. coefficient}$

+ accurate: relazione di STEINHART-HART:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln(R) + c \cdot \ln^3(R)$$

se $c=0 \Rightarrow b = \frac{1}{\beta} \quad , \quad a = \frac{1}{T_A} - \frac{\ln R_A}{\beta}$

infatti: $\frac{1}{b} \cdot \left(\frac{1}{T} - a \right) = \ln(R)$

$\Rightarrow R = e^{\frac{1}{b} \left(\frac{1}{T} - a \right)}$, $\frac{1}{b} = \beta$, $a = \frac{1}{T_A} - \frac{\ln R_A}{\beta}$ $\Rightarrow R = e^{\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} + x \right)} = e^{\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)} \cdot e^{\beta x}$

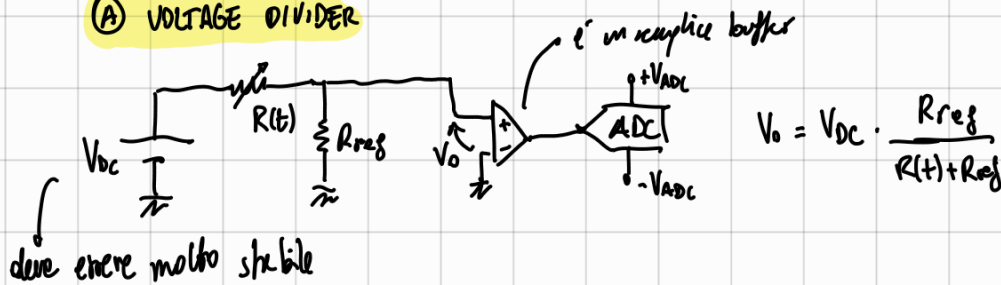
per far tornare R_A

$e^{\beta x} = R_A \Rightarrow \beta x = \ln R_A \rightarrow x = \frac{1}{\beta} \cdot \ln R_A \sim R = R_A \cdot e^{\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)}$

classi:
 extraprecision $\rightarrow 0.1^\circ\text{C}$ in grande range
 std precision $\rightarrow 0.1 - 0.2^\circ\text{C}$ in $0 - 70^\circ\text{C}$
 ultraprecision $\rightarrow 0.05^\circ\text{C}$ in $0 - 50^\circ\text{C}$

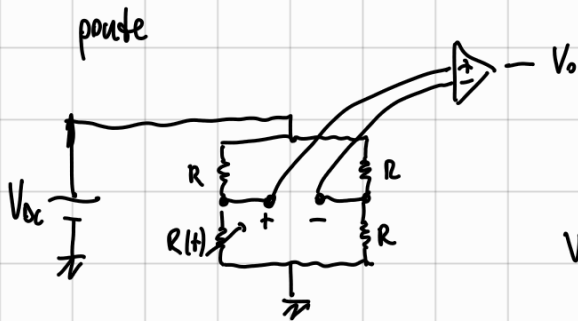
READ-OUT ELECTRONICS PER SENSORI RESISTIVI

① VOLTAGE DIVIDER

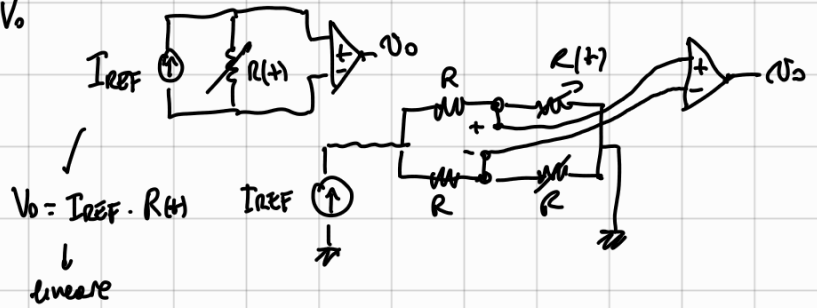


si usa se $R(T)$ varia parecchio, altrimenti si usa il ponte

per fare misure differenziali, il da misurare di tensione la continua e amplificare senza saturare/compensare tutto

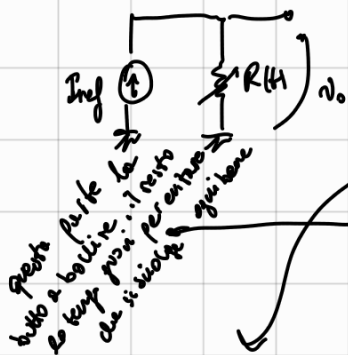
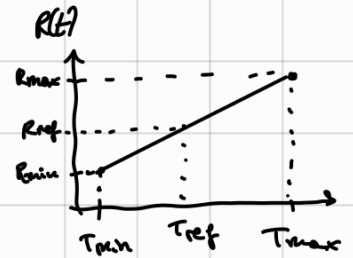
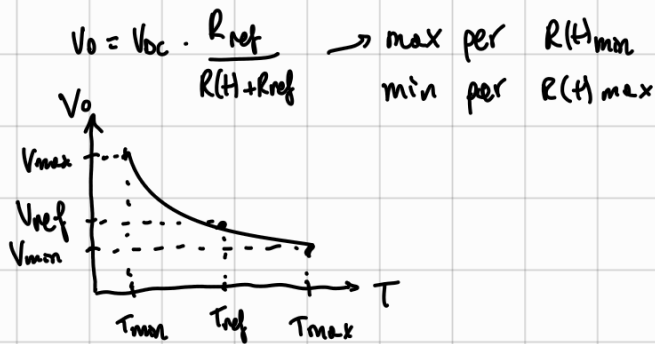
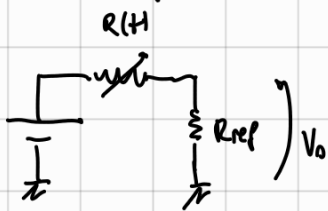


il caso ideale con generatore di corrente i

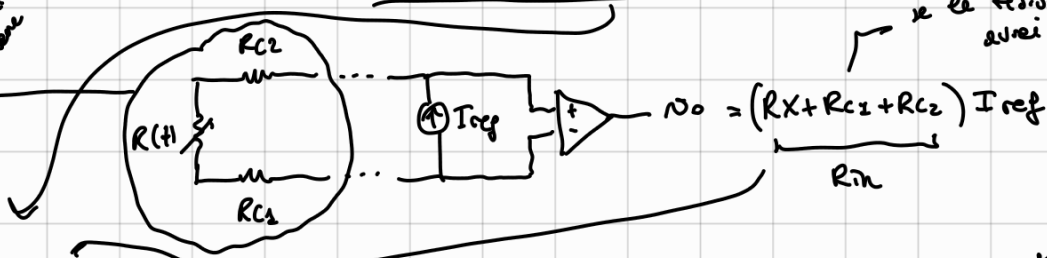


in corrente meglio per NTC perché dissipa $R I_{REF}^2$
 in tensione meglio per PTC perché dissipa $\frac{V_{cc}^2}{R}$

Vediamoli meglio:



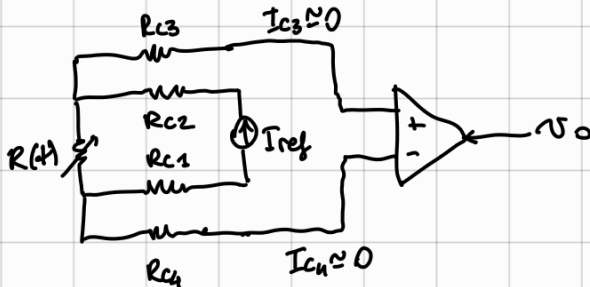
se i cavi sono lunghi hanno una resistenza non trascurabile
 → TWO WIRES CONFIGURATION



se le resistenze fossero costanti
 avrei semplicemente un offset in uscita

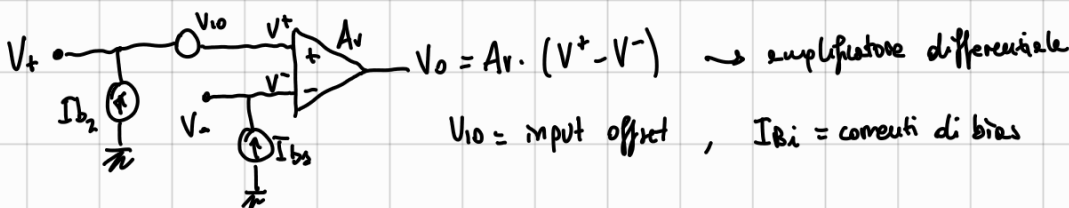
no big deal

Soluzione
 Configurazione a 2 cavi (4 wire meglio)

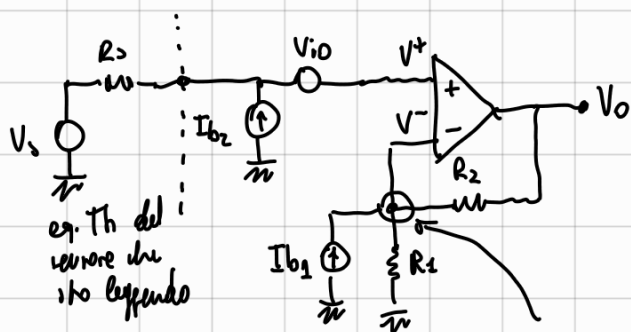


il problema è che con T cambia ρ
 → ho un drift

Errori nell'amplificazione DC



consideriamo il caso dell'amplificatore di tensione ($\Rightarrow$ configurazione non invertente)
metto in input l'equivalente di Thevenin di quello che effettivamente sto leggendo



supponiamo $V_s = 0 \Rightarrow$ non sto leggendo

$$V^+ = V_{10} + I_{b2} \cdot R_s$$

$V^+ = V^-$
cortocircuito virtuale

OUT OF ZERO
ERROR

bilanciamento
a questo nodo :

$$I_{b1} + \frac{(V_o - V^-)}{R_2} = \frac{V^-}{R_1}$$

$$R_1 R_2 I_{b1} + V_o R_1 - V^- R_1 = V^- R_2$$

$$\Rightarrow V_o R_1 = V^- (R_1 + R_2) - R_1 R_2 I_{b1}$$

$$V_o = V^- \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) - R_2 I_{b1}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow V_o = V_{10} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{b2} R_s \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - R_2 I_{b1}$$

la retroazione è data da $1 + \frac{R_2}{R_1}$, infatti la relazione $V_{in} - V_o$ è un partitore.

$$V_{in} = V_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = V_{10} + I_{b2} R_s - I_{b1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

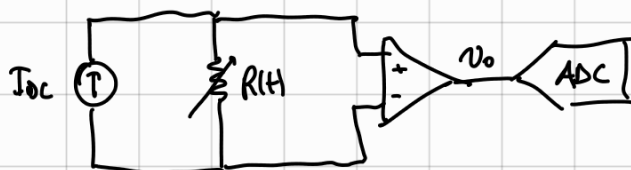
Amplificatori di precisione $\rightarrow$ bassa corrente di bias

$\hookrightarrow$ poco drift $\Rightarrow \Delta V_{10} \approx 0$

sono lenti e precisi per misure
segnali costanti o comunque lentamente
variabili

L'accuratezza della misura è afflitta da :

- accoppiamento col sistema ($T_s \neq T_x$)
- non idealità del sensore
- elettronica
- dispositivo di acquisizione (ADC)



$$R(t) = R_0 (1 + \alpha T + \beta T^2)$$

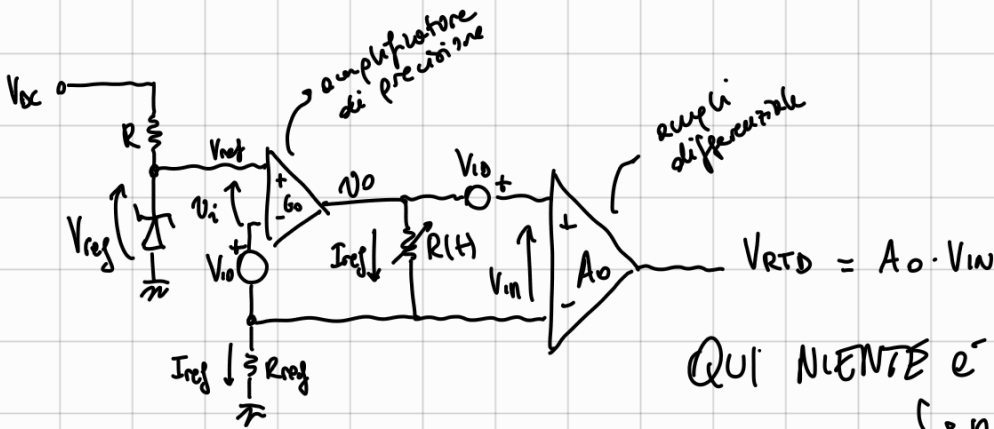
$$V_o = A_o \cdot I_{dc} \cdot R_0 (1 + \alpha T)$$

accuratezza : $\alpha = \frac{dV}{dT} = A_o \cdot I_{dc} \cdot R_0 \cdot \alpha$

$\hookrightarrow$ per PT-100 $\approx 3.85 \cdot 10^{-3}$

posso aumentare I_{dc} per avere un
miglior rapporto segnale/rumore
ma poi subentrano problemi
legati al riscaldamento del sensore

Read-Out circuit



QUI NIENTE E' IDEALE $\rightarrow V_{I0}, V_{I0}$
 (no massa virtuale)

$$V_{RTD} = A_o \cdot V_{IN} \rightarrow V_{IN} = V_{I0} + I_{ref} \cdot R(T)$$

$$I_{ref} = (V_{ref} - V_{I0} - V_{I0}) / R_{ref} \quad \text{ma} \quad V_o = G_o V_{I0} \Rightarrow V_{I0} = \frac{V_o}{G_o}$$

$$\Rightarrow I_{ref} = \frac{V_{ref} - \frac{V_o}{G_o} - V_{I0}}{R_{ref}}$$

$$\Rightarrow V_{RTD} = A_o \cdot V_{I0} + \frac{R(T)}{R_{ref}} \cdot (V_{ref} - \frac{V_o}{G_o} - V_{I0})$$

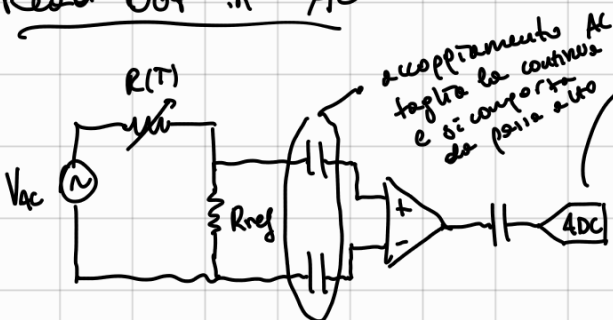
cond. ideali
 ponendo $(V_{I0} = V_{I0} = 0)$, $R(T) = R_o(1 + \alpha T)$

$$\Rightarrow V_{RTD} = \frac{A_o \cdot V_{ref}}{R_{ref}} \cdot (1 + \alpha T) \cdot R_o \rightarrow T = \frac{V_{RTD}}{A_o V_{ref}} \cdot \frac{R_{ref}}{\alpha R_o} - \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{accuratezza} \rightarrow \frac{dV_{RTD}}{dT} = \frac{A_o \cdot V_{ref} \cdot R_o \cdot \alpha}{R_{ref}}$$

$$\text{errore: } \Delta T = \underbrace{\frac{\partial T}{\partial V_{RTD}} \cdot \Delta V_{RTD}}_{\text{errore di misurazione}} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial A_o} \cdot \Delta A_o + \frac{\partial T}{\partial V_{ref}} \cdot \Delta V_{ref}}_{\text{incertezze legate al circuito di read out}} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial R_o}{\partial R_o} \cdot \Delta R_o}_{\text{incertezze legate al sensore}}$$

Read Out in AC



il più stupido ADC possibile e'



fa da enable $\rightarrow$ quando arriva
 dice $\rightarrow$ legge $R(T)$

altre possibilità: segnale pulzato

$$\text{Duty cycle: } \delta = \frac{T_{on}}{T_0}$$

PRO $\rightarrow$ meno potenza
 dissipata $\rightarrow$ meno
 calore ...

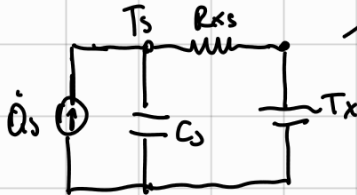
infatti $P(t) = R(t) \cdot i^2(t)$

valor medio $\bar{P}(t) = \frac{1}{T_0} \int_0^T R(t) \cdot i^2(t) dt = \left(\frac{1}{T_0} \cdot R(t) \cdot I_{oc}^2 \cdot T_{on} \right) = \delta \cdot I_{oc}^2 \cdot R(T)$

↳ se il sistema termico ha una costante di tempo larga (e di solito ce l'ha perché i sistemi termici si comportano da passa basso) $\Rightarrow$ reagire solo alla componente media

↳ se uso un duty cycle molto piccolo ho un ottima lettura e pochissimo self heating

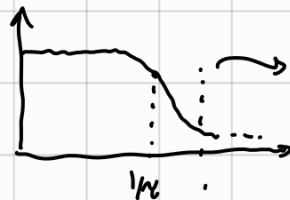
eg. Thermal system



$$\dot{Q}_s = \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \frac{dT_s}{dt}$$

$$\Rightarrow T_s(s) + R_{xs} C_s \cdot s \cdot T_s(s) = \dot{Q}_s \cdot R_{xs} - T_x$$

$$\Rightarrow T_s(s) = \frac{\dot{Q}_s R_{xs}}{1 + \tau_s} + \frac{T_x(s)}{1 + \tau_s}$$

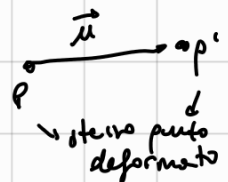


se prendo $f_0 = \frac{1}{T_0}$ qui il sistema non sta dietro ai cambiamenti introdotti dal riscaldamento

SENSORI PER LA TENSIONE - STRAIN GAUGE (estensimetri)



↳ la strain (tensione/deformazione) è la deformazione apportata dal displacement vector $\vec{u}$ ai punti di un corpo



$$\text{strain} := \epsilon = \frac{\Delta l}{l}, \text{ nel caso + generale}$$

ϵ è un tensore 3×3

$$P = (x_1, x_2, x_3), Q = (x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3) \Rightarrow d\vec{l} = (dx_1, dx_2, dx_3) \Rightarrow |d\vec{l}|^2 = \sum dx_i^2$$

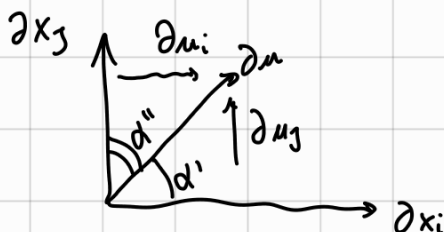
$$P' = (x'_1, x'_2, x'_3), Q' = (x'_1 + dx'_1, x'_2 + dx'_2, x'_3 + dx'_3) \Rightarrow d\vec{l}' = (dx'_1, dx'_2, dx'_3) \text{ ma } dx'_i = dx_i + du_i$$

$$\Rightarrow |d\vec{l}'|^2 = \underbrace{\sum dx_i^2}_{|d\vec{l}|^2} + \underbrace{\sum du_i^2}_0 + 2 \sum dx_i du_i \approx |d\vec{l}|^2 + 2 \sum_i dx_i \cdot \sum_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot dx_j \Rightarrow |d\vec{l}'|^2 - |d\vec{l}|^2 \approx 2 \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \cdot dx_i dx_j$$

OK per piccole deformazioni

strain tensor 3×3

$$S_{ij} = \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Rightarrow d\vec{l}'^2 - d\vec{l}^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} dx_i dx_j$$



$$d'' = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad d' = \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

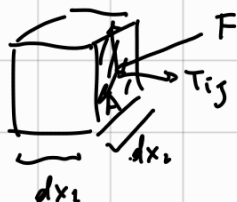
Stress (pressione su un solido)

↳ è l'insieme delle reazioni normali interne di un solido che è sottoposto ad una forza esterna F .

il corpo risponde con un effort

$$T_{ij} = \sigma_{ij} = \lim_{A_j \rightarrow 0} \frac{F_i}{A_j}$$

↑ tensore di stress (3x3)



T_{ij} è la risposta alla componente i della forza applicata alla faccia $\perp$ al vettore j

σ_{ii} rappresentano forze compressive o estensive ($F_i \perp$ faccia)

σ_{ij} rappresentano gli shear stress (forze di taglio) ($F_i \parallel$ faccia)

Legge di Hooke

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl}$$

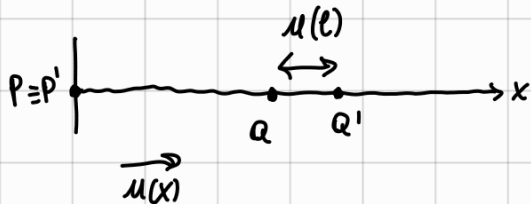
→ costante elastica (stiffness tensor) (RIGIDEZZA)

$$\epsilon_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}$$

↑ yieldness constant (compliance tensor) (CEDevolezza)

3x3x3x3

Caso 1D



$$\epsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = a \rightarrow \text{costante}$$

$$u(l) = \int_0^l a \cdot dx = a \cdot l \Rightarrow \epsilon_{11} = a = \frac{u(l)}{l} = \frac{\Delta l}{l}$$

Per i materiali isotropi ci bastano 2 costanti per ottenere le relazioni tra i tensori di stress e di deformazione

stress tensor

$$\epsilon = \frac{1}{E} \cdot$$

modulo di Young

$$\begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{pmatrix}$$

1+ν



stress tensor

Poisson module

$$E := \frac{\sigma_1}{\epsilon_1}$$

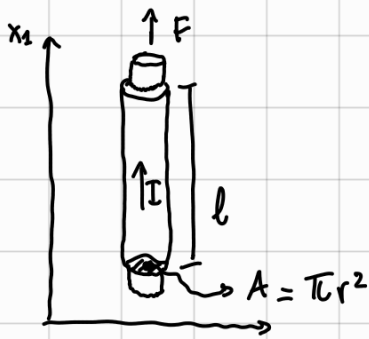
$$\nu := - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

in notazione tensoriale compatta

↑ il tensore è tipo la matrice flattened

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow 11 & 4 \rightarrow 23, 32 \\ 2 \rightarrow 22 & 5 \rightarrow 13, 31 \\ 3 \rightarrow 33 & 6 \rightarrow 12, 21 \end{array}$$

A) ESTENSIMETRO METALLICO



materiale isotropo, omogeneo e conduttore

$\Rightarrow \sigma_{11} = \frac{F}{A}$, $\epsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l} = \epsilon_x$, $\epsilon_{22} = \frac{\Delta r}{r} = -\nu \epsilon_{11}$

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$dR = \underbrace{\frac{\partial R}{\partial \rho} \cdot d\rho}_{\text{piezoresistività}} + \underbrace{\frac{\partial R}{\partial l} \cdot dl + \frac{\partial R}{\partial A} \cdot dA}_{\text{geometria}}$

$dA = 2\pi r \, dr$

$\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{2dr}{r}$

$\frac{dR}{R} = \underbrace{\frac{l}{A} \cdot \frac{A}{\rho l}}_{\frac{\partial R}{\partial \rho}} \cdot d\rho + \underbrace{\frac{l}{A} \cdot \frac{A}{\rho l}}_{1/R} \cdot dl - \underbrace{\rho \cdot \frac{l}{A^2} \cdot \frac{A}{\rho l}}_{\frac{1}{A}} \cdot dA =$

$= \frac{1}{\rho} d\rho + \frac{1}{l} dl - \frac{1}{A} dA = \frac{1}{\rho} d\rho + \left(\frac{1}{l} dl\right) - \left(\frac{2}{r} dr\right)$
 $\epsilon_{11} = \epsilon_x \quad \epsilon_{22} = -\nu \epsilon_x$

$\Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{1}{\rho} d\rho + \epsilon_x (1 + 2\nu)$

• effetto piezoresistivo nei metalli : $\frac{\partial \rho}{\rho} = C \cdot \frac{dV}{V}$
 (C: coeff. piezoresistivo, V: volume)

$V = l\pi r^2$

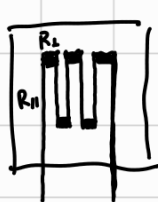
$\Rightarrow dV = \frac{\partial V}{\partial l} \cdot dl + \frac{\partial V}{\partial r} \cdot dr = \pi r^2 dl + 2\pi r \cdot l \cdot dr$

$\frac{dV}{V} = \underbrace{\frac{1}{l} \cdot dl}_{\epsilon_x} + \underbrace{\frac{2}{r} \cdot dr}_{-\nu \epsilon_x}$

$\Rightarrow \frac{dR}{R} = C \cdot \epsilon_x (1 - 2\nu) + \epsilon_x (1 + 2\nu) =$
 $= \epsilon_x (1 + 2\nu + C - 2C\nu)$

$G = \text{Gauge Factor} [2-4]$

$\Rightarrow R = R_0 (1 + G \epsilon_x)$



having

$R_{\perp} \ll R_{\parallel} \Rightarrow R_{eq} = \sum_i R_{\parallel i} + R_{\perp i} \approx \sum_i R_{\parallel i}$

barre resistive trasversale

effetto della trasversale sensitivity:

$R = R_0 (1 + G \cdot \epsilon_x + \underbrace{G_T}_{\text{trasversale Gauge factor}} \epsilon_T)$

$\text{definire } ST = \frac{G_T}{G}$

$R = R_0 [1 + G (\epsilon_x + ST \epsilon_T)]^{-\nu \epsilon_x} = R_0 [1 + G \epsilon_x (1 - ST \nu)]$

$G_0 = G (1 - ST \nu)$

questo è ok per stress uniaxiali

Vogliamo evitare che la resistenza vari con la temperatura quindi di solito si usano materiali con un basso TCR (temperature coefficient of resistance)

→ definiamo TCS → temperature coefficient of sensitivity → $TCS = \frac{1}{G} \cdot \frac{dG}{dT}$

→ espansione termica (caso uniaxiale)

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \Delta T + G_U(T) \cdot \epsilon_x + \underbrace{G \cdot \epsilon_{TH}}_{\text{espansione termica}} + G_T \cdot \epsilon_{TH})$$

$$\text{espansione termica} = \epsilon_{TH} = (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T$$

thermal expansion coefficient del substrato
thermal exp coeff del filamento

Stress termico apparente:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ATH} &= \frac{\alpha \Delta T}{G_U} + \frac{G}{G_U} (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T + \frac{G_T}{G_U} (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T \\ &= \alpha \cdot \frac{\Delta T}{G_U} + \frac{\lambda_s - \lambda_{T_0}}{G_U} \cdot \Delta T (G + G_T) \end{aligned}$$

⑧ Estensimetri a semiconduttore

La componente geometrica influisce nettamente meno di quella piezoresistiva → $\frac{dR}{R} \approx \frac{dP}{P}$

Nei materiali anisotropi come il silicio la legge di Ohm è tensoriale

$$\vec{E} = \vec{\rho} \cdot \vec{J} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

Se il silicio non è deformato si comporta come un materiale isotropo

$$\Rightarrow \vec{E} = \rho_e \vec{I} \cdot \vec{J} \quad \text{identit }$$

Se   deformato invece l'aumento anisotropo   modellato da

$$\vec{E} = \rho_e \left(\vec{I} + \frac{\Delta \rho}{\rho_e} \right) \cdot \vec{J}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_e} = \vec{\pi} \cdot \vec{\sigma} \quad \begin{array}{l} \text{stress tensor} \\ \text{piezoresistive tensor } 3 \times 3 \times 3 \end{array}$$

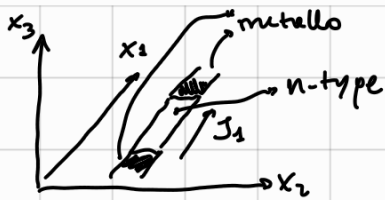
$$\left(\frac{\Delta \rho}{\rho_e} \right)_{i,j} = \pi_{ijk} \cdot \sigma_{ke}$$

↓
Einstein notation → ci sono delle sommatorie su K ed l

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \\ & & \pi_{44} \\ & & \pi_{55} \\ & & \pi_{66} \end{bmatrix}$$

questi ci servono

↓
dipendono dal tipo di drogaggio e dalla wa intensit 



geometria planare $\Rightarrow$ solo stress di compressione o estensione planare

$$\Rightarrow \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & & & & \\ \sigma_{11} & \sigma_{22} & & & & \end{bmatrix}'$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \end{bmatrix} = p_e \cdot (\bar{I} + \bar{\Pi} \bar{\sigma}) \begin{bmatrix} J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\bar{\Pi}$ che abbiamo scritto prima è tale se usiamo il sistema di riferimento cristallografico. Se usiamo un altro sdr dobbiamo ruotare tutto

$$\Rightarrow \bar{\Pi}' = N^{-1} \cdot \bar{\Pi} \cdot N$$

$\hookrightarrow$ matrice di rotazione $\rightarrow$ si perde tutta la struttura di $\bar{\Pi}$

$$E_i = p_e \cdot (I_{ij} + \Pi'_{is} \sigma_{se} \cdot \sigma_{se}) \cdot J_1, \text{ ke possono essere solo 11 e 22}$$

$\hookrightarrow 1$ se $i=j$, 0 altrimenti

$$\Rightarrow E_1 = p_e (1 + \Pi'_{1111} \sigma_1 + \Pi'_{1122} \sigma_2) \cdot J_1$$

Π'_{11} in notazione matriciale

$$E_2 = p_e (\Pi'_{2111} \sigma_1 + \Pi'_{2122} \sigma_2) \cdot J_1$$

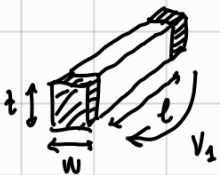
Π'_{12}

$$E_3 = p_e (\Pi'_{3111} \sigma_1 + \Pi'_{3122} \sigma_2) \cdot J_1$$

Π'_{61}
 Π'_{62}

$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 = p_e (1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \sigma_2) \cdot J_1 \\ E_2 = p_e (\Pi'_{61} \sigma_1 + \Pi'_{62} \sigma_2) \cdot J_1 \\ E_3 = p_e (\Pi'_{51} \sigma_1 + \Pi'_{52} \sigma_2) \cdot J_1 \end{cases}$$

Π'_{11}
 $\hookrightarrow$ c'è una risposta longitudinale Π'_{11}
e trasversale Π'_{12}
 $\hookrightarrow \Pi'_{12}$



$$A = w \cdot t$$

$$V_1 = E_1 \cdot l = \left(p_e (1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \sigma_2) \cdot \frac{l}{A} \right) \cdot I$$

R

$$\Rightarrow R = R_0 (1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \sigma_2)$$

caso di stress uniaxiale $\Rightarrow \sigma_1 \neq 0 \quad \sigma_i = 0 \quad \forall i \neq 1 \quad \Rightarrow R = R_0 (1 + \Pi'_{11} \sigma_1)$

$$\Rightarrow E_1 = p_e (1 + \Pi'_{11} \sigma_1) \cdot J_1$$

$$= p_e (1 + \underbrace{\Pi'_{11} \cdot E \cdot \epsilon_1}_{\substack{\text{gauge factor } G \\ \downarrow \\ \epsilon_x}}) \cdot J_1$$

• Sommario degli estensimetri:

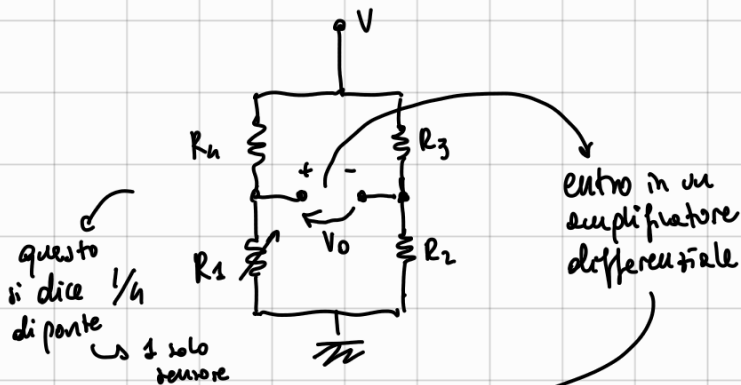
1) operiamo in regime elastico $\Rightarrow \sigma < \sigma_{max}, \epsilon < \epsilon_{max}$

2) dipendente da T (TCR, TCS, deformazione apparente)

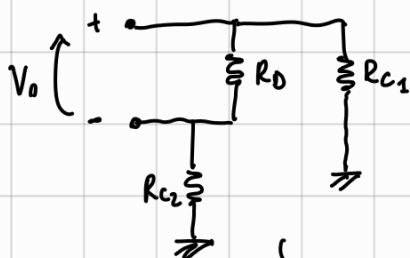
3) self heating

Read-Out electronics

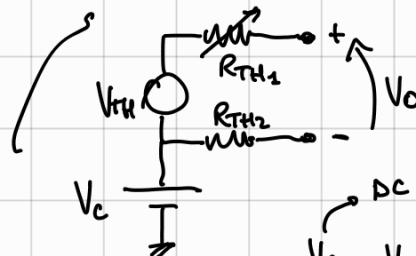
Ponte di Wheatstone



circuito equivalente



Thevenin eq. del circuito



DC offset del circuito

$$V_c = V \cdot \frac{R_2}{R_3 R_2} \rightarrow \text{e' la tensione a cui sta il contatto -}$$

$$V_0 = V^+ - V^- \rightarrow V_c$$

$$V^+ = V \cdot \frac{R_1}{R_4 + R_1}$$

$$V_{TH} = V \cdot \left(\frac{R_1}{R_4 + R_1} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right)$$

$$R_{TH1} = R_1 // R_4, \quad R_{TH2} = R_2 // R_3$$

$V_0 \neq V_{TH}$ perché diamamente l'amp li carica il circuito
ma se $R_0, R_{C1}, R_{C2} \rightarrow \infty \Rightarrow V_0 = V_{TH}$
deh li pizzo un buffer

consideriamo $R_3 = R_0 (1+x)$ $\rightarrow$ $x = GEx$ nel caso di un estensimetro
 $x = \alpha T$ nel caso di un RTD

se $x=0$ il ponte è bilanciato $\Rightarrow V_{TH}=0$

Come progettare il ponte:

1. scegliere il range di uscite: $\frac{V_{THmax}}{V} = \frac{R_{1max}}{R_{1max} + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3}$, $R_{1max} = R_0 (1+x_{max})$
2. check della potenza dissipata per evitare surriscaldamenti
3. check accuratezza

$$\Delta V_{TH} \approx \frac{dV_{TH}}{dx} \cdot \Delta x > \text{rumore input zero error dell'amp. drift}$$

$$\left| \Delta V_{TH} \right|_{x=0} = V_0 \cdot \frac{K}{(1+K)^2} \Delta x$$

4. linearità $\rightarrow$ vogliamo $\frac{R_4}{R_0} = \frac{R_3}{R_2} = K$, poniamo $R_0 = R_2 = 1$, $R_4 = R_3 = K$, $R_1 = R_0 (1+x)$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+x}{1+x+K} - \frac{1}{1+K} = \frac{1+K+x+Kx - 1-K-Kx}{(1+K+x)(1+K)} = \frac{Kx}{(1+K+x)(1+K)}$$

→ se $1+K \gg X$ si ha un comportamento lineare ideale

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} \approx \frac{KX}{(1+K)^2} = \frac{V_{TH,0}}{V}$$

la deviazione dalla linearità è quantificata come

$$NL = \frac{V_{TH,0} - V_{TH}}{V}$$

accettiamo un certo grado di non linearità

$$\Rightarrow NL_{max} \geq \frac{X_{max}}{1+K} \Rightarrow 1+K \geq \frac{X_{max}}{NL_{max}}$$

BOTH

4. sensitività (relativa)

$$S = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV_{TH}}{dX} = \frac{K}{1+K} \cdot \frac{d}{dX} \frac{X}{1+K+X} =$$

$$= \frac{K}{1+K} \cdot \frac{1+K+X - X}{(1+K+X)^2} = \frac{K}{(1+K+X)^2}$$

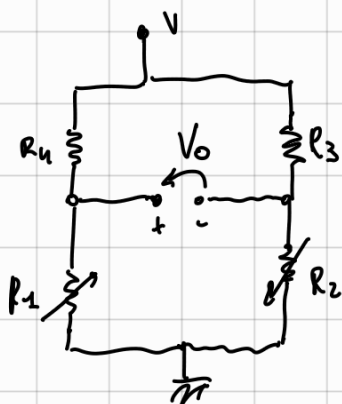
$$S|_{X=0} = \frac{K}{(1+K)^2}$$

$$\frac{dS}{dK} = \frac{(1+K)^2 - 2(1+K) \cdot K}{(1+K)^4} \Big|_{K=\hat{K}} = 0 \rightarrow \text{per trovare la sensitività massima}$$

$$\hookrightarrow 1+K^2 - 2K - 2K^2 = 0 \rightarrow K^2 - 1 = 0 \quad \hat{K} = \pm 1$$

→ il ponte ottimale è quello che ha $R_0 = R_2 = R_3 = R_4$

1/2 ponte



$$R_1 = R_{01}(1+X_1)$$

$$R_2 = R_{02}(1+X_2)$$

$$K = \frac{R_4}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}$$

$$\frac{V_0}{V} = \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+X_1}{1+X_1+K} - \frac{1+X_2}{1+X_2+K} = (1+K \gg X_1, X_2)$$

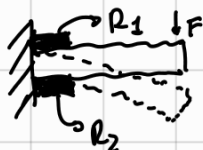
$$= \frac{X_1 - X_2}{1+K}$$

ho un output differenziale

→ Cancello le variazioni di modo comune e resto quelle differenziali

o 2 sensori con sensitività opposte, ottengo un output con sensitività doppia

es. 2 estensimetri



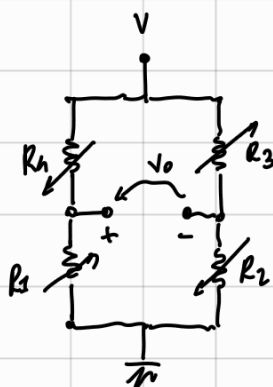
$$R_1 = R_{01}(1+G\epsilon_x + \alpha T)$$

$$R_2 = R_{02}(1-G\epsilon_x + \alpha T)$$

modo comune
si rietano

$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{G\epsilon_x + \alpha T_1 - (-G\epsilon_x + \alpha T_2)}{1+K} = \frac{2G\epsilon_x}{1+K}$$

Full Bridge



esempio $\rightarrow$ cantilever

deformazione $\uparrow$: $\epsilon(X, t/2) = \epsilon_U$

deformazione $\downarrow$: $\epsilon(X, -t/2) = \epsilon_D \rightarrow \epsilon_U = -\epsilon_D$

$$K = \frac{R_{01}}{R_{02}} = \frac{R_{03}}{R_{04}} = 1 \rightarrow R_{0i} = R_0$$

$$\begin{aligned} \epsilon_U &= \epsilon_x \\ \epsilon_D &= -\epsilon_x \end{aligned}$$

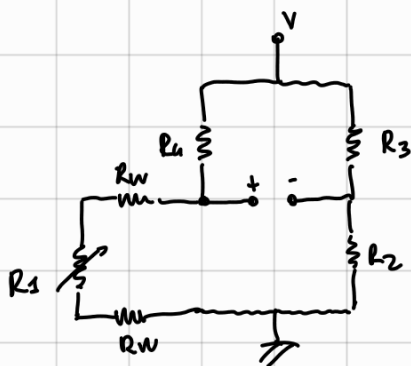
$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0(1+x_1)}{R_0(1+x_1+1+x_4)} - \frac{R_0(1+x_2)}{R_0(1+x_2+1+x_3)} \quad \begin{aligned} x_1 &= x_3 = G\epsilon \\ x_2 &= x_4 = -G\epsilon \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+G\epsilon}{2+G\epsilon-G\epsilon} - \frac{1-G\epsilon}{2+G\epsilon-G\epsilon} = \frac{2G\epsilon}{2} = G\epsilon$$

$\rightarrow$ se uso estensimetri con $K=1 \rightarrow$ condizione di massima sensitività

$$\begin{cases} 1/4 \text{ Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = G\epsilon/4 \\ 1/2 \text{ Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = G\epsilon/2 \\ \text{Full Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = G\epsilon \end{cases}$$

Caso 1/4 Bridge senza trascurare i cavi, considerando il loro $K=1$

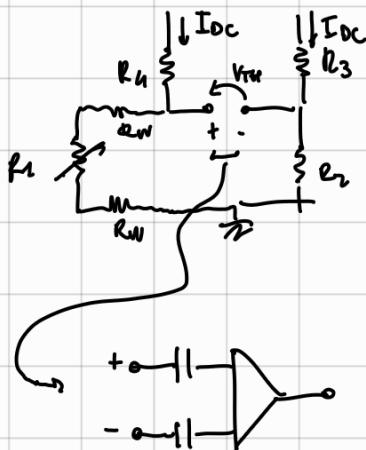


$$\begin{aligned} \frac{V_{TH}}{V} &= \frac{R_0(1+G\epsilon) + 2R_W}{R_0 + R_0(1+G\epsilon) + 2R_W} - \frac{R_0}{R_0 + R_0} \\ &= \frac{R_0(1+G\epsilon) + 2R_W}{2R_0 + R_0G\epsilon + 2R_W} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ho un offset, infatti

$$\left. \frac{V_{TH}}{V} \right|_{\epsilon=0} = \frac{2R_W}{2R_0 + 2R_W} - \frac{1}{2} = \frac{R_W}{R_0 + R_W}$$

faccio con un generatore di corrente $K=1$



$$\begin{aligned} V_{TH} &= I_{oc} \cdot [R_0 + 2R_W + R_0(1+G\epsilon)] - I_{oc} \cdot 2R_0 = \\ &= I_{oc} \cdot R_0(1+G\epsilon) + \cancel{I_{oc} R_0} + 2I_{oc} \cdot R_W - \cancel{I_{oc} R_0} = \end{aligned}$$

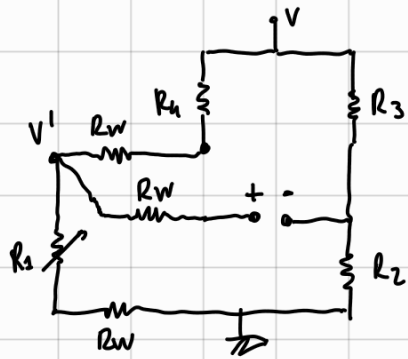
quello che interessa a noi:

$$= I_{oc} \cdot R_0 \cdot (1+G\epsilon) + \underbrace{2I_{oc} R_W}_{\text{offset}} - I_{oc} R_0$$

Fixed Gain $I_{oc} \cdot R_0 \cdot G$

in realtà quest lo posso mandare via con $I_{oc} \cdot R_0(1+G\epsilon)$

3 Wires Config



$$\frac{V_0}{V} = R_0(1+6\epsilon)$$

$$V' = \frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{2R_0 + 2R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \cdot V \quad \textcircled{A}$$

$$V' = \frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \cdot \left(V_0 + \frac{V}{2}\right) \quad \textcircled{B}$$

$$\Rightarrow \textcircled{A} \cdot V = \textcircled{B} \cdot \left(V_0 + \frac{V}{2}\right) \rightarrow \left(A - \frac{1}{2}B\right) \cdot V = B \cdot V_0 \rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{A - \frac{1}{2}B}{B}$$

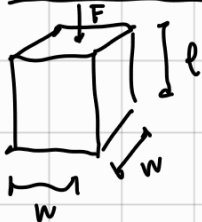
$$\Rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \cdot \left[\frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{R_0 + R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} - \frac{1}{2} \frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \right] =$$

$$= \frac{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \cdot \left(\frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{R_0 + R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} - \frac{1}{2} \frac{R_0(1+6\epsilon) + R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} \right) =$$

$$= \frac{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W}{R_0(1+6\epsilon) + 2R_W} = R_0(1+6\epsilon)$$

Esempi di sensori completi

• Cella di carico



$$A = \begin{cases} w \cdot w, & \text{se } F \perp \\ w \cdot l, & \text{se } F \parallel \end{cases}$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}, \quad \epsilon_T = -\nu \cdot \epsilon_x, \quad \nu = \frac{F}{A} = \frac{F}{w \cdot l}$$

uso un full bridge per la lettura con $K=1$

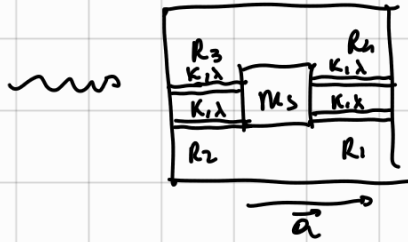
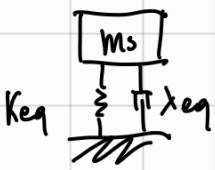
dove i sensori a resistenza opposta misurano le forze tangenziali

$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0 \cdot (1+6\epsilon_x)}{R_0(1+6\epsilon_x) + R_0(1+6\epsilon_T)} - \frac{R_0(1+6\epsilon_T)}{R_0(1+6\epsilon_x) + R_0(1+6\epsilon_T)} = \frac{G(\epsilon_x - \epsilon_T)}{2 + G(\epsilon_x + \epsilon_T)}$$

$$\epsilon_T = -\nu \epsilon_x$$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{G \cdot \epsilon_x (1 + \nu)}{2 + G \cdot \epsilon_x (1 - \nu)} \approx \frac{G}{2} \cdot (1 + \nu) \cdot \epsilon_x$$

• Accelerometro



$$\frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K_{eq}}{\frac{m_s}{K_{eq}} \cdot s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} s + 1}$$

$$\ddot{x} m_s + K_{eq} \cdot x + \lambda_{eq} \cdot \dot{x} = F = m_s \cdot a$$

$$X(s) \cdot (s^2 m_s + K_{eq} + \lambda_{eq} \cdot s) = m_s \cdot A(s)$$

$$K_{eq} X(s) \left(\frac{m_s}{K_{eq}} \cdot s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} \cdot s + 1 \right) = m_s \cdot A(s) \Rightarrow \frac{X(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K_{eq}}{\frac{m_s}{K_{eq}} s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} s + 1}$$

supponiamo $a(t)$ costante $\Rightarrow a(0) = A$

$$\Rightarrow X(\infty) = A \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{m_s / K_{eq}}{\dots} = A \cdot m_s / K_{eq}$$

$$X_{\infty} = X_0 \cdot E_x \rightarrow E_x = \frac{X_{\infty}}{X_0} = \frac{m_s}{X_0 K_{eq}} \cdot A$$

↓
elongazione
lunghezza a riposo

$$\Rightarrow R = R_0 (1 + G E_x) = R_0 \left(1 + G \cdot \frac{m_s}{X_0 K_{eq}} \cdot A \right)$$

legame tra l'accelerazione e la variazione della resistenza del sensore

approssimazione di
iter usando un full
bridge con K_{eq}

Ampli differenziale



$$V_0 = A_1 V_1 + A_2 V_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_d = V_2 - V_1 \rightarrow \text{input differenziale} \\ V_c = \frac{V_2 + V_1}{2} \rightarrow \text{input a modo comune} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = V_d + V_1 \\ V_1 = 2V_c - V_2 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_2 = V_d + 2V_c - V_2 \\ V_2 = \frac{V_d}{2} + V_c \\ V_1 = V_c - \frac{V_d}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2V_2 = V_d + 2V_c \\ V_2 = \frac{V_d}{2} + V_c \\ V_1 = V_c - \frac{V_d}{2} \end{array} \right.$$

$$V_0 = A_1 \cdot \left(V_c - \frac{V_d}{2} \right) + A_2 \left(V_c + \frac{V_d}{2} \right) = V_c \left(A_1 + A_2 \right) + V_d \left(\frac{A_2 - A_1}{2} \right)$$

idealmente: $A_c = 0 \Rightarrow A_1 = -A_2 \Rightarrow A_d = A_2$

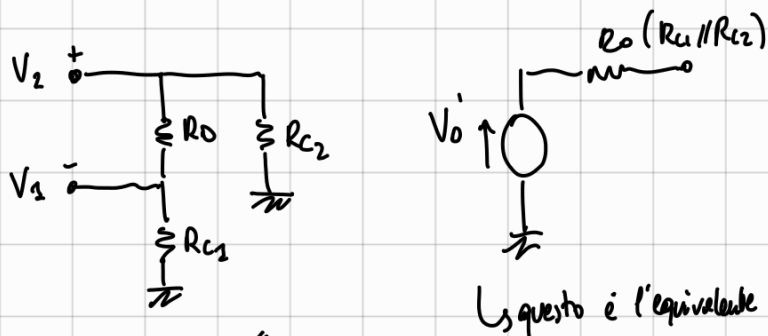
common mod rejection ratio

realmente $|A_d| \gg |A_c|$

la qualità di un ampli
differenziale è data da

$$CMRR = \frac{|A_d|}{|A_c|} = \frac{A_2 - A_1}{2(A_2 + A_1)}$$

Ampli diff. per misurazioni accurate (a basse frequenze) $\rightarrow$ e' detta instrumentation amplifier

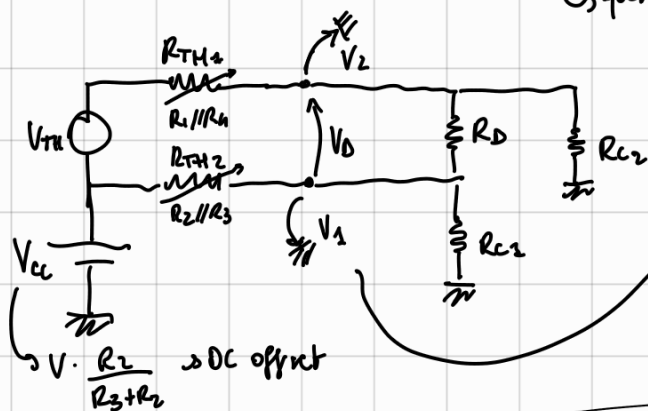


$$V_0' = A_D \cdot V_D + A_C V_C$$

R_0 : differential mode resistance

$R_{C1,2}$: common mode resistances

(best sol. : $R_{C1} = R_{C2}$)



$$V_1 = V_{CC}$$

$$V_2 = V_1 + V_D \Rightarrow V_C = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{2V_{CC} + V_D}{2}$$

$$\Rightarrow V_C = V_{CC} + \frac{V_D}{2}$$

$$\text{se } K=1 \Rightarrow V_{CC} = \frac{V}{2}$$

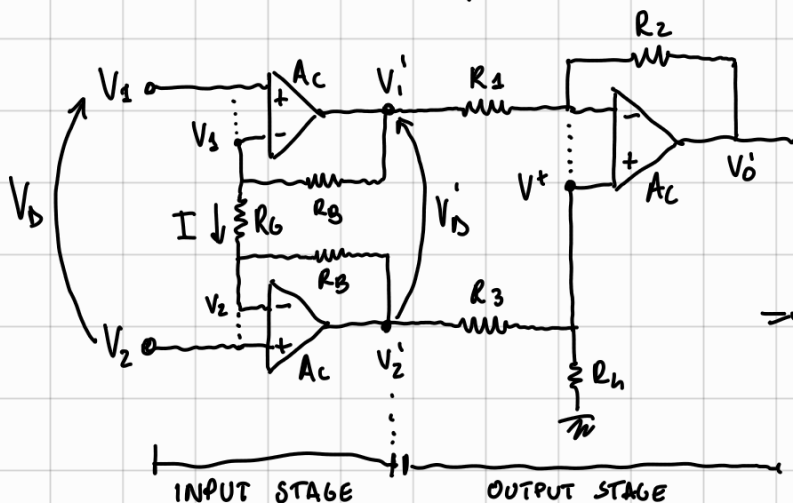
$$\text{In ogni caso } V_0' = A_D V_D + A_C \left(V_{CC} + \frac{V_D}{2} \right)$$

e' la parte informativa

piccolo

enorme rispetto a V_D

INA-128 $\rightarrow$ una 3 op Amp



$$V_1' - V_2' = I (R_B + R_G + R_B)$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_G}$$

$$\Rightarrow V_1' - V_2' = V_0' = \frac{2R_B + R_G}{R_G} (V_1 - V_2) \rightarrow V_D$$

$$\text{Se } V_1 = V_2 \Rightarrow V_C = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\hookrightarrow V_D = 0 \Rightarrow V_0' = 0 \Rightarrow V_1' = V_2'$$

$$\Rightarrow V_C' = \frac{V_1' + V_2'}{2} = V_C = \frac{V_1 + V_2}{2} \Rightarrow A_{CIN} = 1$$

$$\Rightarrow A_{TOT} = A_{CIN} \cdot A_{COUT} = A_{COUT}$$

$$A_{TOT} = A_{DIN} \cdot A_{DOUT} = \left(1 + \frac{2R_B}{R_G} \right) \cdot A_{DOUT}$$

$$\Rightarrow CMRR_{TOT} = \frac{A_{DOUT}}{A_{COUT}} = \left(1 + \frac{2R_B}{R_G} \right) \cdot A_{DOUT}$$

$$V^+ = V_2' \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \quad V^+ = (V_0' - V_1') \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow V_2' \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = (V_0' - V_1') \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\rightarrow \frac{\alpha V_2' + \beta V_1'}{\beta} = V_0'$$

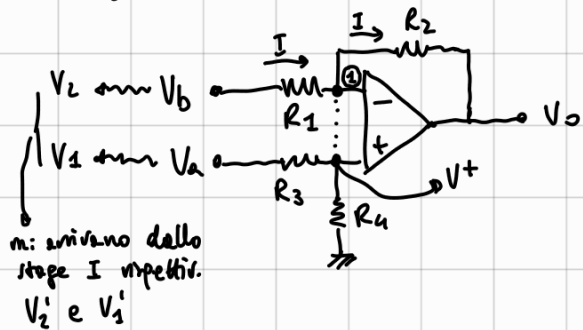
a me torna una
la sua parte

Supponiamo che per lo stadio di output valgano le condizioni ideali:

$$C_{TERR} = \infty, A_{out} = 0, A_{out} \neq \infty$$

Concentriamoci sul secondo stadio $\rightarrow$ l'amp. differenziale

cambiamo i nomi delle tensioni per non fare casino



$$V^+ = V^- \text{ per la massa virtuale}$$

$$V^+ = V_a \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

bilanciamento correnti al nodo ①:

$$\frac{V_b - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V_0}{R_2} \Rightarrow V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_b + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V^+$$

$$\Rightarrow V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_b + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot V_a$$

A_2 A_1

voglio $A_1 = -A_2$

$$\Rightarrow \text{scelgo } \frac{R_2}{R_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)$$

chiamo $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$, $\frac{R_2}{R_1} = K$, $\frac{R_4}{R_3} = K'$

$$\Rightarrow A_2 = -K, \quad \frac{1}{\beta} = 1 + K, \quad A_1 = \frac{K'}{1 + K'} \cdot (1 + K)$$

$$C_{TERR} = \frac{A_2 - A_1}{2(A_1 + A_2)} = \frac{1}{2} \frac{-K(1 + K') - K'(1 + K)}{-K(1 + K') + K'(1 + K)} = \frac{1}{2} \frac{-K - KK' - K' - KK'}{-K - KK' + K' + KK'} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{2KK' + K + K'}{K - K'}$$

se avessimo $K = K' \Rightarrow C_{TERR} \text{ infinito} \rightarrow \text{caso ideale}$

supponiamo a num. $K = K'$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2K(1 + K)}{\Delta K}$$

caso
permo

$$\frac{K(1 + K)}{\Delta K_{max}} = \frac{1 + K}{\frac{\Delta K_{max}}{K}} = \frac{1 + K}{4\epsilon_r}$$

non si perdono
la parte l'errore
relativo

legato alla
tolleranza delle
resistenze

$\rightarrow$ scegliendo $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \Rightarrow K = 1$

$$\Rightarrow C_{TERR} = \frac{K + 1}{4\epsilon_r} = \frac{2}{4\epsilon_r} = \frac{1}{2\epsilon_r}$$

$\Rightarrow$ se voglio $C_{TERR} \approx 10^4$

$$\Rightarrow \epsilon_r \approx \frac{10^{-4}}{2}$$

$\rightarrow$ molto difficile
scelta usare
IC

Fotoreattori → sono dei light detectors, non sensori

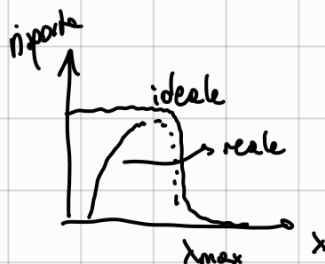
↳ effetto fotoelettrico → semiconduttore → la luce colpisce e libera elettroni da $E_v \rightarrow E_c$

$$E = h\nu \rightarrow \text{energia del fotone}$$

se $E > E_g \rightarrow$ l'elettrone passa in conduzione

$$G = (\mu_n q \cdot n + \mu_p q \cdot p) \cdot A / l$$

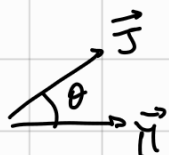
$$R = \frac{l}{G} = A \cdot x \cdot \underbrace{\bar{E}_x^{-\alpha}}_{\text{illuminanza}}$$



$$E_{min} = E_g \rightarrow V_{min} = \frac{E_g}{h} \rightarrow \lambda_{max} = \frac{c}{V_{min}} = \frac{c \cdot h}{E_g}$$

Luce visibile $0.4 \mu m < \lambda < 0.7 \mu m$

Magnetoresistenza → Basata sull'effetto Magnetoresistivo (anisotropo)



$$\rho(\theta) = \rho_{||} - (\rho_{||} - \rho_{\perp}) \cdot \sin^2 \theta = \rho_{||} - \Delta \rho \sin^2 \theta$$

Se ho un materiale che ha una magnetizzazione spontanea $\vec{M} = \vec{M}_0$, questa direzione è detta easy axis

I sensori che si basano su questo effetto di solito sono film sottili ($2D \Rightarrow \vec{r} = (r_x, r_y)$)



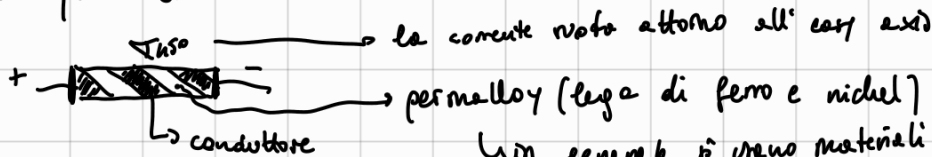
$$\rho = \rho_{||} - \Delta \rho \sin^2 \theta = \rho_{||} - \Delta \rho \cdot \left(\frac{H_y}{H_s} \right)^2$$

linearizzazione

$$R = R_0 \left(1 - \frac{\Delta R}{R_0} \cdot \left(\frac{H_y}{H_s} \right)^2 \right)$$

sensing direction
 H_s è il saturation field che è caratteristico del materiale
↳ easy axis

Barber pole sensor

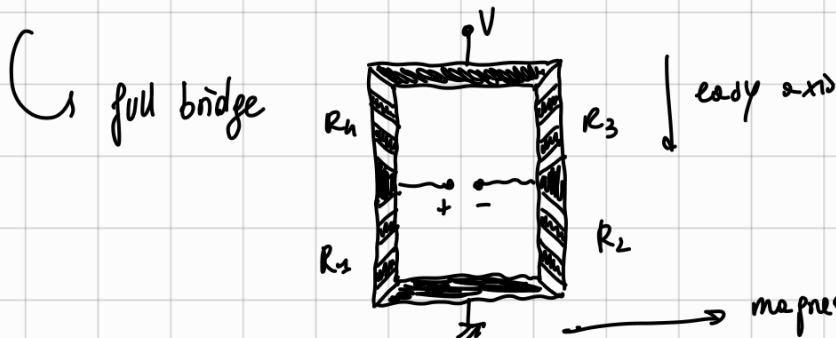


↳ in generale si usano materiali ferromagnetici

$$R(H) = R_0 \left(1 \pm \Delta R \cdot \frac{H_y}{H_s} \sqrt{1 - \left(\frac{H_y}{H_s} \right)^2} \right) \approx 1$$

dipende dall'orientazione dell'easy axis

Cons: isteresi legata a grandi H_{ext}



perché?
il flux fluisce con $\sin^2 \theta$ intorno a H_s
abbiamo una certa linearità
↳ migliore sensibilità

Sensores resistivi chimici

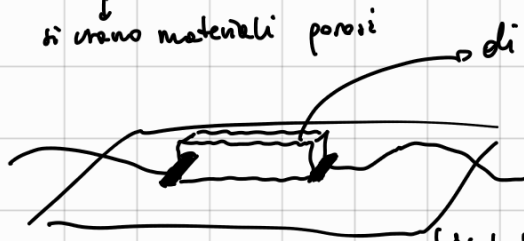
sensitività molto alta

base elettrica non lineari

supponiamo che il sensore debba reagire alla presenza del composto C_X concentrazione

$$\Rightarrow \alpha_Y = \frac{dR}{dC_Y}, Y \neq X \text{ dovrebbe essere } = 0 \text{ ma non lo è}$$

il principio di funzionamento si basa sull'assorbimento di ioni materiali porosi



di solito TiO_2 (metal oxide) che è un semicond.

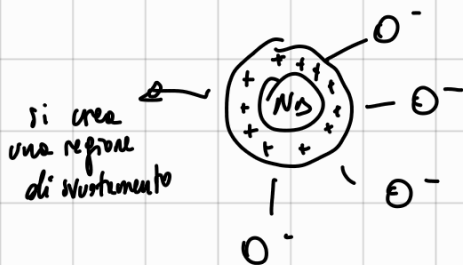
con E_g molto alta

↳ hanno un comportamento estrinseco

↳ substrato inerte

L'ossigeno si lega alle molecole, essendo molto elettronegativo attrae elettroni

Per velocizzare le reazioni sotto il substrato c'è un filo che riscalda



si crea una regione di impoverimento

⇒ alcuni elettroni liberi sono catturati nella superficie

↳ agiscono da donatori come se fossero un drogaggio n

$$\Rightarrow G = G_0 \cdot e^{-\frac{N_s^2 q^2}{2k N_D E T_s}}$$

↳ densità delle cariche nella superficie

nel caso coperto in caso

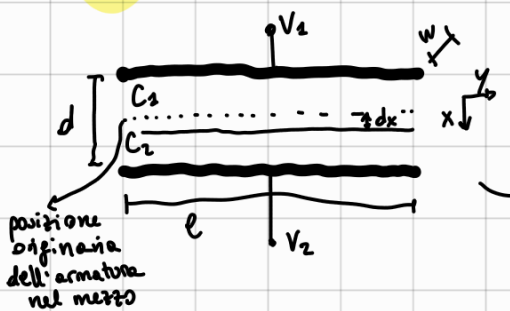
esempio → arriva CO, lega con un Ossigeno e fa CO₂

⇒ N_s diminuisce e O^- se ne va

SENSORI CAPACITIVI

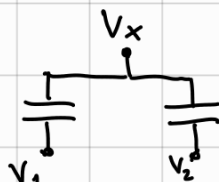
→ usati per: peso / prossimità, livello, temperatura, press., acc. estremi

① DISPLACEMENT (CLEARANCE)



$$C_0 = \frac{E \cdot A}{d}$$

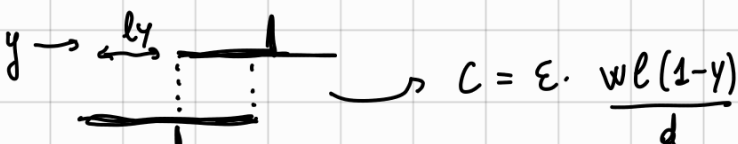
se muovo il core dentro ho 2 condensatori in parallelo → $C = C_1 + C_2$



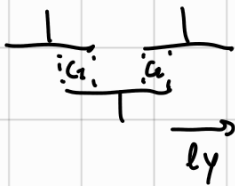
$$C_1 = \frac{E \cdot w l}{d(1+x)}, C_2 = \frac{E \cdot w l}{d(1-x)}$$

↳ posso fare una misura differenziale

Posso muoverli in altri modi

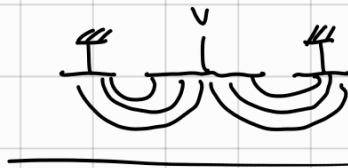


$$C = \frac{E \cdot w l (1-y)}{d}$$



$$C_1 = \epsilon \cdot \frac{w l (1-y)}{d}, \quad C_2 = \epsilon \cdot \frac{w l (1+y)}{d}$$

sensori di prossimità



target conduttivo

quando ti avvicini, il condensatore si divide in quella armatura, non in quelle accanto

In generale (?) le capacità sono molto piccole ed i sensori capacitivi sono sensori ad alta impedenza ($Z = \frac{1}{j\omega C}$)

possono talvolta essere utilizzati come sensori primari

es. Pressione

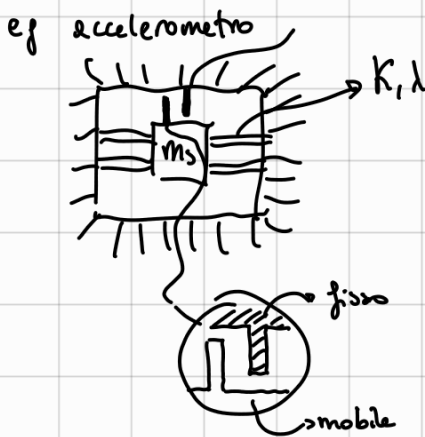
deformazione

$$D_z(r) = \frac{3}{16} \cdot \frac{1-\nu^2}{E t^2} \cdot \Delta P (R^2 - r^2)^2, \quad \Delta P = p_1 - p_2$$

$$\bar{D}_z = \frac{3}{16} \cdot \frac{1-\nu^2}{E t^3} \cdot R^4 \cdot \Delta P$$

$$\Rightarrow C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} = \epsilon \cdot \frac{A}{d_0 \left(1 - \frac{\bar{D}_z}{d_0}\right)} \approx \frac{\epsilon A}{d_0} \left(1 + \frac{\bar{D}_z}{d_0}\right) = C_0 \cdot \left(1 + \frac{\bar{D}_z}{d_0}\right) = C_0 \left(1 + \frac{d_0 \Delta P}{d_0}\right) = C_0 (1 + x)$$

dist. normale



elongazione della molla

$$\frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K}{\frac{m_s}{K} s^2 + \frac{\lambda}{K} s + 1}$$

consideriamo acc. costante a_0

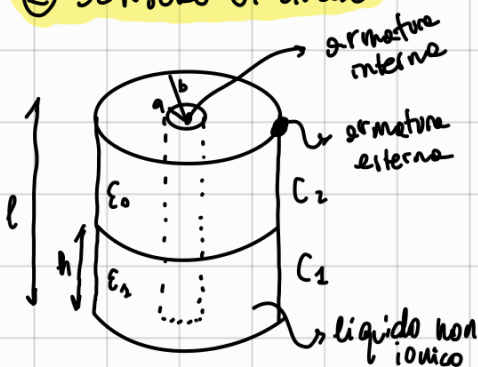
DC gain

$$\Rightarrow r(\infty) = R(0) = a_0 \cdot \left(\frac{m_s}{K}\right) \propto a_r$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d_{tot}} = \frac{\epsilon A}{d_0} \cdot \frac{1}{1 + r/d_0} = \frac{C_0}{1 + r/d_0} = \frac{C_0}{1 + \left(\frac{dr}{da}\right) a_0} = \frac{C_0}{1 + \alpha a_0}$$

αa

② SENSORE DI LIVELLO



$$C = C_1 + C_2, \quad C_1 = \epsilon_1 \cdot \frac{A_1}{d} = \epsilon_1 \cdot \frac{2\pi h}{\ln(b/a)}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{A_2}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{2\pi (l-h)}{\ln(b/a)}$$

Se il liquido è ionico $\Rightarrow$ conduttore, posso mettere un'armatura sopra e usare il liquido come altra armatura

$$\Rightarrow C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{l-h}$$

③ SENSORE DI UMIDITÀ



metto poroso, $\epsilon = \epsilon(RH)$ $\rightarrow$ è funzione dell'umidità relativa

$$\Rightarrow C = \epsilon(RH) \cdot \frac{A}{d} \quad \frac{\Delta C}{C} = \frac{1.7 pF}{RH\%}$$

④ SENSORE DI TEMPERATURA

$$\epsilon = \frac{\kappa}{T - T_c}$$

$\rightarrow$ non dice un fatto ma è molto raro, una roba ferroelettrica e c'entra qualcosa la temperatura di Curie

Problemi legati alle misurazioni capacitive

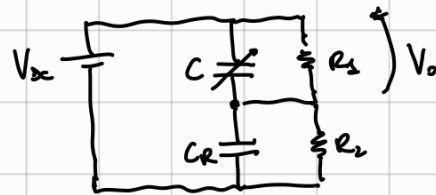
① Effetto parassita



$\rightarrow$ è importante a basse frequenze o comunque per misurazioni lente

Es in + ci sono anche le capacità parassite che qui però non consideriamo

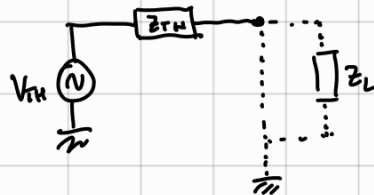
eg. partitore



$$V_0 = \frac{C}{C + R_2} \cdot V_{cc}, \quad V_0(p) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{cc}$$

② ALTA IMPEDENZA $\rightarrow$ C di solito è piccola $\rightarrow Z$ è enorme

equivalente circuitale di un qualsiasi sensore (in questo caso Z_{TH} è capacitiva)

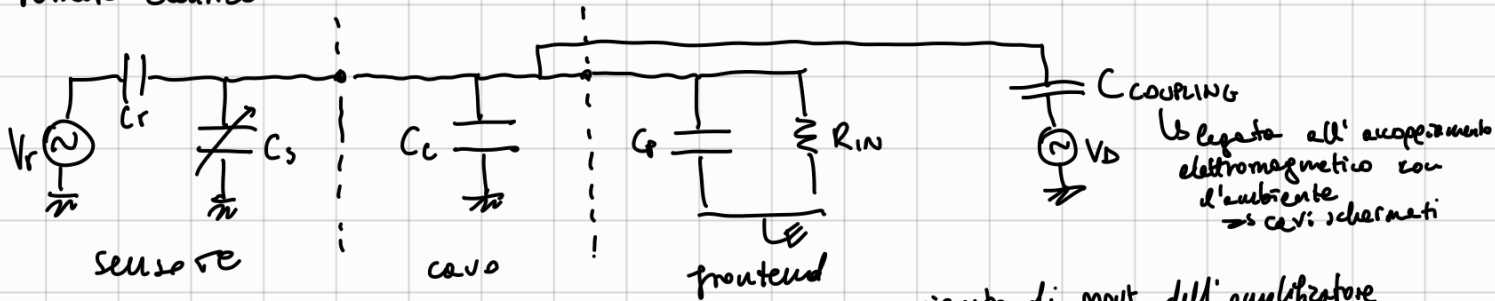


Voglio che $Z_L \gg Z_{TH}$ in modo che il carico non carichi il sensore.

Questo è difficile perché di no Z_{TH} è molto grande

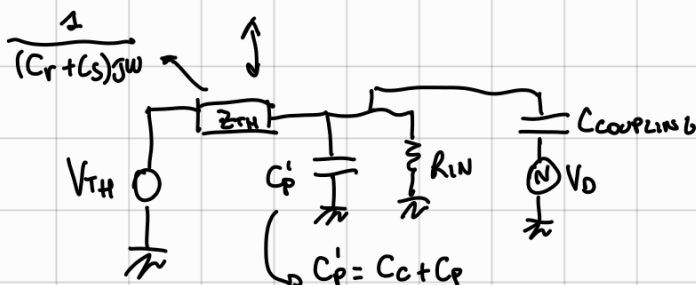
$\rightarrow$ introducendo rumore nella misura

rumore elettrico

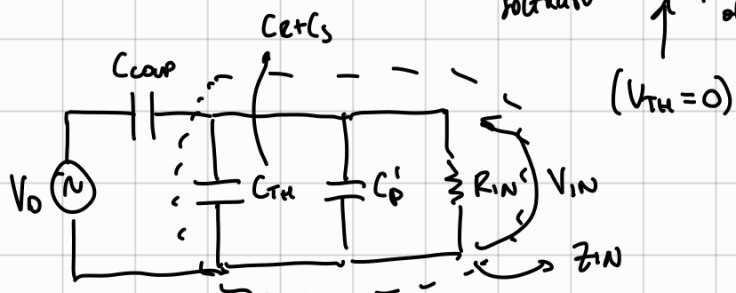


legato all'accoppiamento elettromagnetico con l'ambiente $\rightarrow$ cavi schermati

$\rightarrow$ eg. circuito di input dell'amplificatore



attualmente ci interessano soltanto le componenti legate al rumore

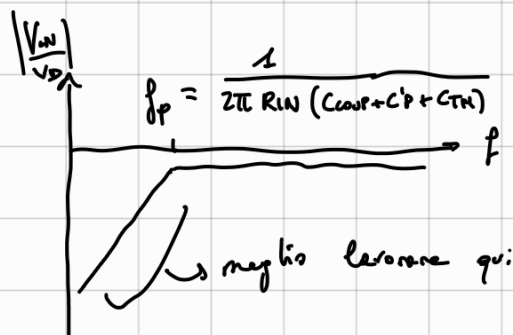


$$V_{IN}|_{V_{OUT}=0} = \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + \frac{1}{j\omega C_{COMP}}} V_D$$

$$Y_{IN} = j\omega C_{TH} + j\omega C_P + \frac{1}{R_{IN}} = \frac{1 + j\omega(C_{TH} + C_P) \cdot R_{IN}}{R_{IN}}$$

$$\Rightarrow Z_{IN} = \frac{R_{IN}}{1 + j\omega (C_{TH} + C'_P) \cdot R_{IN}}$$

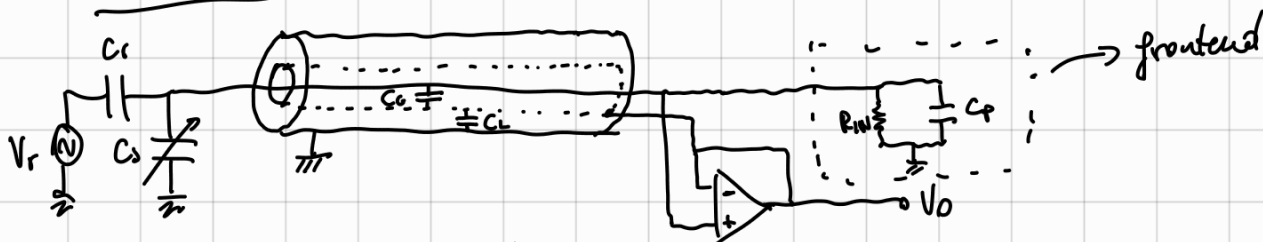
$$V_{IN}|_{V_{TH}=0} = \frac{g_m C_{out} \cdot R_{IN}}{1 + g_m (C_{TH} + C_P' + C_{out}) \cdot R_{IN}}$$



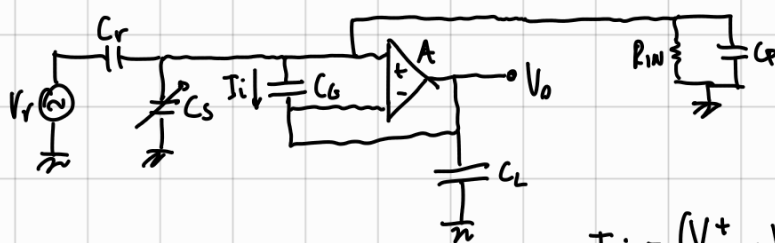
Proponerebbe arrivare da $f_p \gg 50\text{ Hz}$ perché qui c'è un sacco di campo elettromagnetico per via della rete elettrica

Un altro problema è che i vari lunghezze e $C_0 \gg C_s$ (e.g. per il costante si ha $100 \text{ pF/m} \approx 10 \text{ m}$ ha una capacità di 1 nF)

Cavi flessibili



In CG non ci sono cariche grazie al buffer



$$V_0 = V^- = (V^+ - V^-) \cdot A$$

$$V^-(I+A) = AV^+$$

$$V^- = \frac{A}{1+A} \cdot V^+$$

$$I_i = (V^+ - V^-) sC_G =$$

$$= \frac{1+A-A}{1+A} V^+ \cdot sC_G = V^+ \cdot \frac{sC_G}{1+A}$$

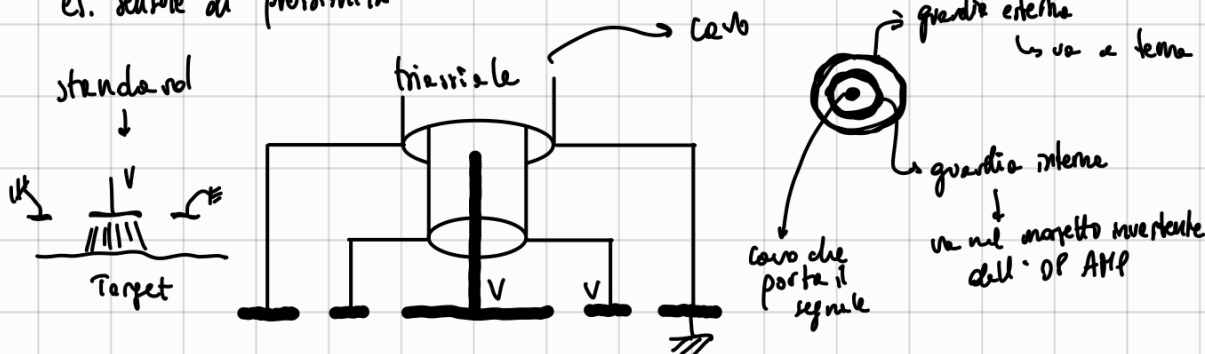
$$z_i = \frac{V^+}{I_i} = \frac{A+1}{SC_6}$$

molto piccola quando A è molto grande

veggio che l'euclidi abbia un giardino
molto grande in un range euclidi
(fino a 11745 diverse)

Sezione trasversale + caso trasversale

es. settore di proximità



$$C \approx \epsilon \frac{(Q + \frac{W}{2})^2 \pi}{2}$$

Read Out

(A) Segnali a basse frequenze $\rightarrow$ problema $\rightarrow$ il conduttore in realtà ha una resistenza parallela che lo carica

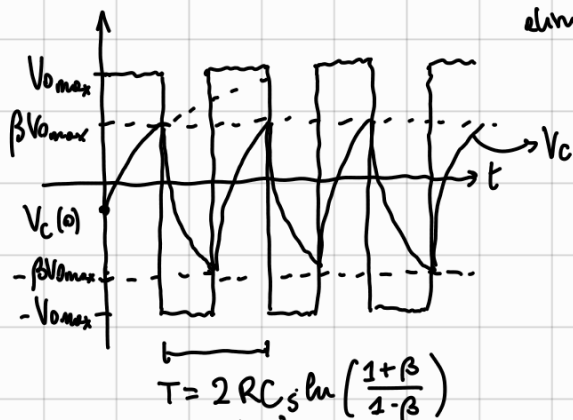
ho bisogno di eccitare il sensore in AC con una frequenza $f_{exc} \gg f_{max}$



da qui in poi il sensore non reagisce +
 $\Rightarrow$ il sensore non reagisce al circuito di read out

• FM $\rightarrow$ Frequency Modulation $\rightarrow$ banda in oscillatori

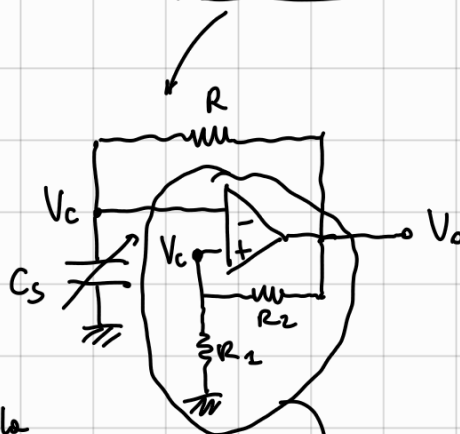
elemento con un generatore di onda quadra (relaxation oscillator)



$$T = 2RC_s \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

$\tau \rightarrow$ perché R regola

la carica e scarica del condensatore



$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

se V_o è alto $\rightarrow$ carica
se V_o è basso $\rightarrow$ scarica

Carica: $V(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \cdot V_f + V_0 \cdot e^{-t/\tau}$

valore iniziale

$$V_c(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \cdot V_{0max} - \beta V_{0max} \cdot e^{-t/\tau} =$$

$$= V_{0max} - (1 + \beta) \cdot V_{0max} \cdot e^{-t/\tau}$$

T_1 t.c. $V_c(T_1) = V_{0max} - (1 + \beta) \cdot V_{0max} \cdot e^{-T_1/\tau} = \beta V_{0max}$

$$\Rightarrow (1 - \beta) V_{0max} = (1 + \beta) \cdot V_{0max} \cdot e^{-T_1/\tau}$$

$$\Rightarrow -\frac{T_1}{\tau} = \ln\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) \rightarrow T_1 = \tau \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

Considerando simmetrica la scarica $\rightarrow T = 2\tau \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

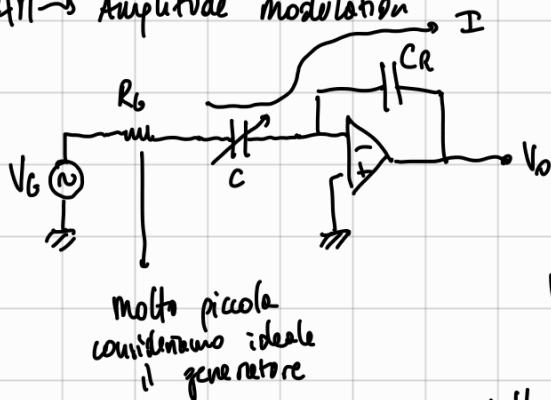
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RC_s} \cdot \left[\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)\right]^{-1} = \frac{\alpha_c}{C_s} = \left(\frac{1}{C_0}\right) \cdot \alpha(1+x) = f_0 \cdot (1+x(t))$$

$f_0 \gg f_{max}$ (era quello che volemmo $f_{exc} \gg f_{max}$)

Nel capitolo un altro però in pratica f_0 è la frequenza dell'oscillatore, che viene modulata dalla capacità del sensore. Demodulando il segnale posso risalire alla grandezza che sto misurando

$$BW = 2\Delta f_{max} + 2f_{max}$$

• AM → Amplitude modulation



$$V_G = V \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$$

$$V_O(t)$$

$$V_G \cdot \frac{1}{C} = -V_O \cdot \frac{1}{C_R} \rightarrow V_O = -\frac{C}{C_R} \cdot V_G$$

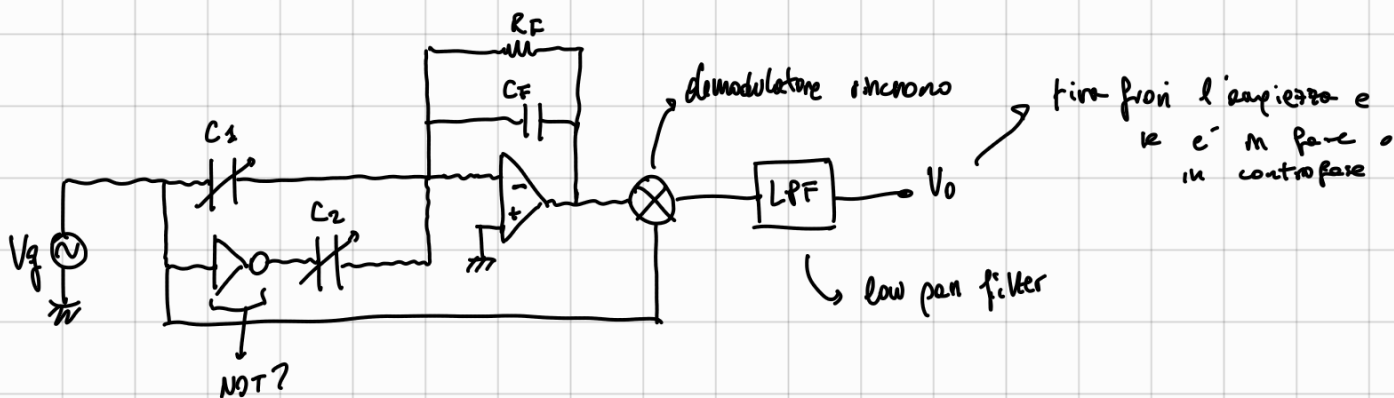
$$C = C_0(1+x)$$

$$\Rightarrow V_O = \frac{C_0}{C_R} \cdot (1+x) \cdot V \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi) = V_R \cdot (1+x) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$$

↪ modulazione in ampiezza

Circuito completo per lettura differenziale di sensori capacitivi con AM

$$C_1 = \frac{C_0}{1+x}, \quad C_2 = \frac{C_0}{1-x}$$



$$V_{out} = V_G \left(\frac{-Z_F}{Z_1} \right) - V_G \cdot \left(\frac{-Z_F}{Z_2} \right), \quad Z_F = \frac{R_F}{1+j\omega C_F R_F}, \quad Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

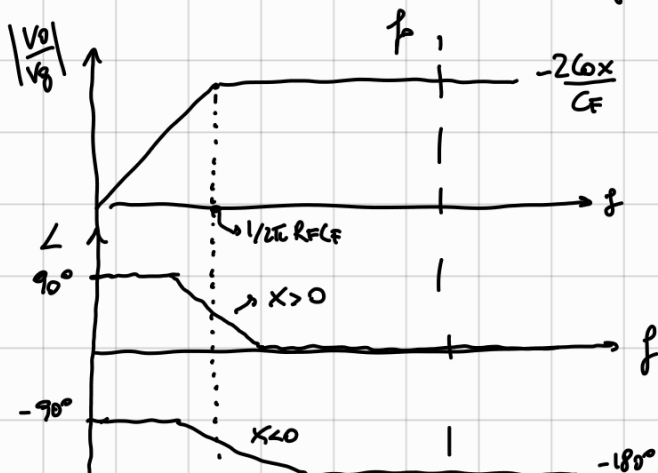
$$\begin{aligned} V_{out} &= V_G \left(\frac{Z_F}{Z_2} - \frac{Z_F}{Z_1} \right) = V_G Z_F \cdot \left(\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \right) = V_G \cdot \frac{R_F}{1+j\omega C_F R_F} \cdot j\omega (C_2 - C_1) = \\ &= V_G \cdot \frac{R_F}{1+j\omega C_F R_F} \cdot j\omega C_0 \cdot \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{1+x-1+x}{1-x^2} = \frac{2x}{1-x^2}$$

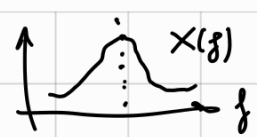
le $x \ll 1 \Rightarrow$ manda via

$$\Rightarrow V_{out} = V_G \cdot \frac{R_F}{1+j\omega C_F R_F} \cdot j\omega C_0 \cdot 2x$$

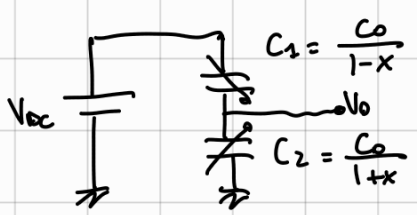
Se $f_0 \gg f_{smax} \rightarrow x$ posso considerarlo quasi costante



③ Segnali in alta frequenza



in questo caso si può anche usare un'alimentazione continua tanto il segnale che ci interessa è ad alta frequenza → noi esprimiamo le oscillazioni nel tempo e in genere facciamo una conversione differenziale



$$V_0 = V_{DC} \cdot \frac{\frac{C_0}{1+x}}{\frac{C_0}{1+x} + \frac{C_0}{1-x}} = V_{DC} \cdot \frac{1-x}{1+x+1-x} = V_{DC} \cdot \frac{1-x}{2}$$

SENSORI INDUTTIVI

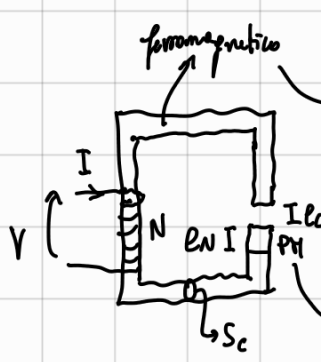
Recap magnetismo

intensità del campo magnetico $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi(B)}{dt} + \int_A \vec{j} \cdot \vec{n} dA = I$

$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi(B)}{dt}$

$\Phi(B) = \int_A \vec{B} \cdot \vec{n} dA$
 flusso del campo magnetico
 induzione magnetica (densità di flusso)

l = lunghezza totale del circuito magnetico, $l \gg l_g$

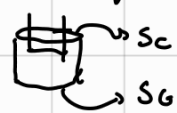


$\mu_r \gg 1$
 B è intrappolato nel core ferromagnetico
 lo supponiamo uniforme nel core

• Core No PM $\Rightarrow l_N = 0 \Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_c \cdot l + H_g \cdot l_g = N \cdot I$
 H nel core, H nel gap, numero di spire, corrente

consideriamo una superficie cilindrica che avvolge sia il core che il gap

$\Rightarrow \Phi(B) = \oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dA = 0$



$\Rightarrow \Phi_{sc}(B) + \Phi_{sg}(B) = 0$

$\mu_c \cdot H_c \cdot S_c$ $\mu_0 \cdot H_g \cdot S_g$
 lo supponiamo uniforme

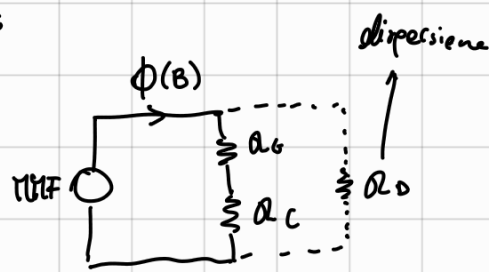
$\Rightarrow H_c = \frac{\Phi_{sc}(B)}{\mu_c S_c}, H_g = \frac{\Phi_{sg}(B)}{\mu_0 S_g} \Rightarrow \frac{\Phi_{sc}(B) \cdot l}{\mu_c S_c} + \frac{\Phi_{sg}(B) \cdot l_g}{\mu_0 S_g} = NI$

RILUTTANZA := $\frac{l}{\mu S} = R \Rightarrow R_c = \frac{l}{\mu_c S_c}, R_g = \frac{l_g}{\mu_0 S_g}$

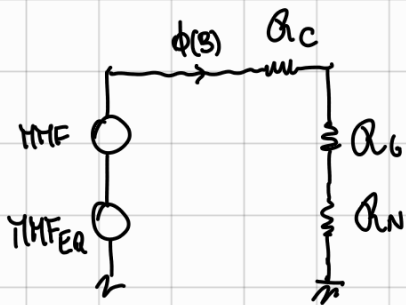
MMF
 forza magnetomotrice

Se $l \gg l_g \Rightarrow l_g < \Phi_{sc} \Rightarrow S_g \approx S_c$

ciruito equivalente:



- se ci metto PM $\rightarrow$ equivalente ad una resistenza in serie alla PMF
- $$R_N = \frac{l_N}{\mu_N \cdot S_N}, \quad \text{MMF}_{EQ} = R_N \cdot \phi(Br) = R_N \cdot S_N \cdot Br \xrightarrow{\mu_0 \cdot \mu_r}$$
- $\parallel$ magnetizzazione residua
 $\mu_0 \cdot S_N \cdot \mu_r \cdot R_N$



$$V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi(B)}{dt} \Rightarrow V = -N \frac{d\phi(B)}{dt}$$

spire

$$\phi(B) = \frac{\text{MMF}_{TOT}}{R_{TOT}} = \frac{\text{MMF} + \text{MMF}_{EQ}}{R_C + R_G + R_N}$$

$$\Rightarrow V = -N \frac{d}{dt} \left(\frac{\text{MMF}_{TOT}}{R_{TOT}} \right) = -N \cdot \left[\frac{\frac{d}{dt} \text{MMF}_{TOT} \cdot R_{TOT} - \text{MMF}_{TOT} \cdot \frac{d}{dt} R_{TOT}}{R_{TOT}^2} \right] =$$

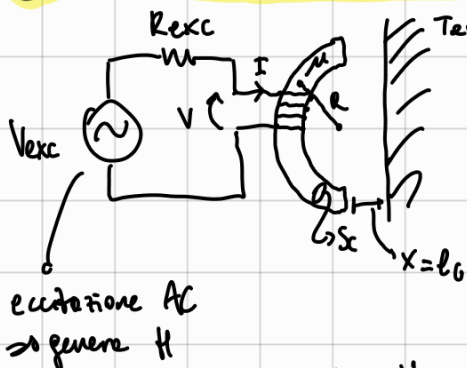
$$= - \frac{N}{R_{TOT}} \cdot \frac{d(\text{MMF}_{TOT})}{dt} + \frac{N}{R_{TOT}^2} \cdot \text{MMF}_{TOT} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

$\text{MMF} + \text{MMF}_{EQ} = NI + \mu_0 S_N \mu_r R_N$
 $\downarrow$
 costante $\Rightarrow d/dt = 0$

$$= - \frac{N^2}{R_{TOT}} \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{N^2 I}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt} + \frac{N \cdot \text{MMF}_{EQ}}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

legata al variare della corrente legata alla variazione della resistenza

① SENSORE PASSIVO SENZA PM (displacement/proximità) (passivo)



$$I = I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega_{exc} t), \quad \omega_{exc} = 2\pi f_{exc}$$

voglio $f_{exc} \gg f_s$

$$V = N \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -N \cdot \frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\text{ma } \phi(B) = \frac{\text{MMF}_{TOT}}{R_{TOT}}$$

$$\text{che nel caso senza PM è } \phi(B) = \frac{NI}{R_{TOT}}$$

$$\Rightarrow V = - \frac{N^2}{R_{TOT}} \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{N^2 I}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

quasi nullo

$$\Rightarrow V = - \left(\frac{N^2}{R_{TOT}} \right) \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$\hookrightarrow L$

$$R_{TOT} = (R_G + R_C + R_T) =$$

$$= \frac{2l_G}{\mu_0 \mu_r S_G} + \frac{\pi R}{\mu_r S_C} + \frac{2R}{\mu_r S_T}$$

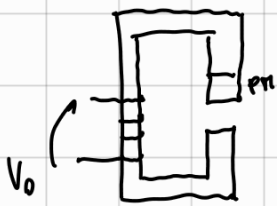
$\swarrow$ dipende dalla distanza dipende dal target target

$$\Rightarrow N \cdot I = R_{TOT} \cdot \phi(B) \approx \left(\frac{2l_G}{\mu_0 \mu_r S_G} + \frac{2R}{\mu_r S_T} \right) \cdot \phi_B = \phi_B \cdot R_0 \left(1 + \frac{\mu_r S_T}{\mu_0 S_G} \cdot \frac{l_G}{R} \right)$$

$\hookrightarrow$ cal

per le misurazioni voglio $f_{exc} \gg f_c$

② SENSORE A RILUTTANZA VARIABLE (attivo)



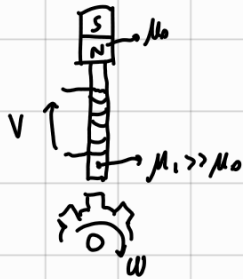
la bobina è usata solo per la lettura

$$V = -N \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu H F_{eq}}{R_{TOT}} \right)$$

perché $I=0$
 $\Rightarrow \mu H F = 0$ attivo

$$V = -\frac{N}{R_{TOT}} \cdot \frac{d(\mu H F_{eq})}{dt} + \frac{N}{R_{TOT}^2} \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

sezione di velocità (velocità angolare)



T fino a 300°C

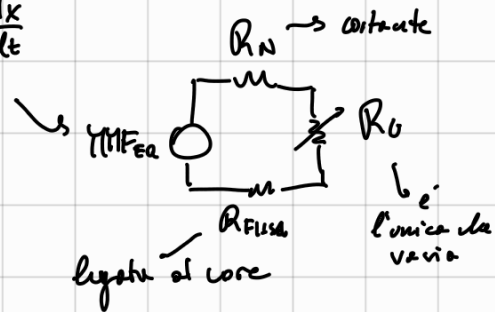
$$V = \frac{N}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt} \approx \frac{N}{R_{TOT}^2} \alpha \cdot \frac{dx}{dt}$$

periodo $T_v = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{1}{N_{denti}}$
 delle ruote dentate



praticamente il pino si raggiunge in prossimità dei denti e nei momenti restanti è trascurabile

$$\alpha = \frac{1}{\mu_0 S_0} \rightarrow \text{componente principale legata al gap}$$

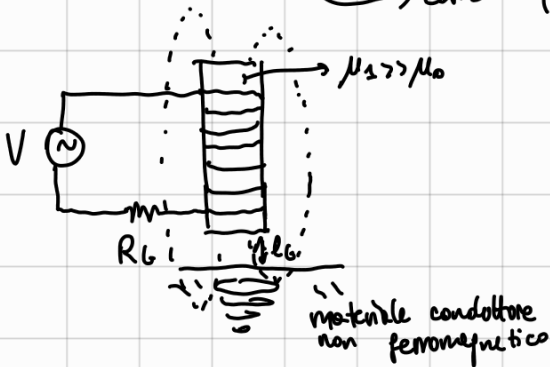


se la velocità è minore tutto è + smooth perché sta la freq. che l'ampiezza di V è inversa con ω

corrente a vortice?

Sonda a eddy current

correnti parassite/di Foucault/eddy



correnti indotte in masse metalliche immerse in un campo magnetico variabile (o che si muovono in un campo magnetico costante)

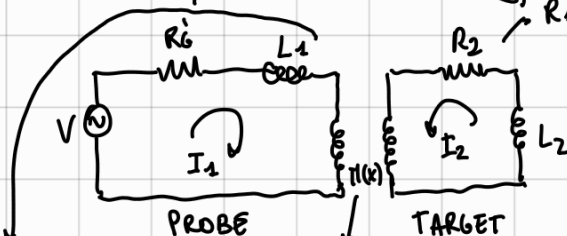
Hickman

$$t > \delta = \text{prof. di penetrazione} = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma \tau f_{exc} \mu_r}}$$

usate per trovare difetti sotto superficiali in modo non distruttivo

target
 25 kHz ÷ 2 MHz

$$R'_G = R_G + R_1$$



R_1 e R_2 sono appiunti per modellare le perdite

$$V = (R'_G + j\omega L_1) \cdot I_1 + j\omega M(x) \cdot I_2$$

$$0 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 + j\omega M(x) I_1$$

$$I_2 = - \frac{j\omega M(x)}{R_2 + j\omega L_2} \cdot I_1$$

se il target non è ferromagnetico
 $\Rightarrow L_2$ è costante
 all'aumentare della resistenza e quindi L_2

accoppiamento magnetico

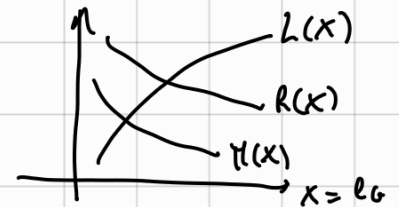
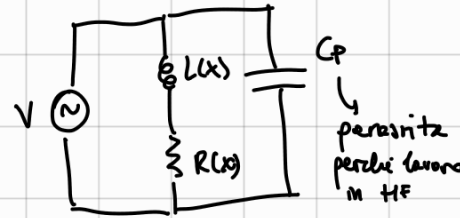
$$M(x) \rightarrow k = \mu_0$$

$$\Rightarrow V = \left[R'_G + j\omega L_1 - j\omega M(x) \cdot \frac{j\omega M(x)}{R_2 + j\omega L_2} \right] \cdot I_1 = \left[R'_G + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2(x)}{R_2 + j\omega L_2} \cdot \frac{R_2 - j\omega L_2}{R_2 - j\omega L_2} \right] \cdot I_1$$

diviso in parte reale e immaginaria

$$Z = \frac{V}{I_1} = \underbrace{R'_G + \frac{\omega^2 M^2(x) R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}_{R(x)} + j\omega \underbrace{\left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2(x) L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right)}_{L(x)}$$

dipende da: x, σ_T, μ_T, t
 $\uparrow$ thickness



In due parole il senso di ste sensori:

- sensori a induttanza variabile $\rightarrow$ basati sulla variazione delle induttanze del circuito magnetico
- sensori a eddy current $\rightarrow$ induttanza mutua (accoppiamento / trasformatore) dove il secondario è il target (conduttore non ferromagnetico)

Proximity sensors. Capacitivi Vs. Induttivi

- Conico meccanico: $F_L > F_c$

C: $E_c = \frac{1}{2} CV^2$, $|F_c| = \left| \frac{dE_c}{dx} \right| = \frac{d}{dx} \left| \frac{1}{2} CV^2 \right| = \left| \frac{1}{2} V^2 \frac{d}{dx} \frac{\epsilon A}{x} \right| =$
 $\hookrightarrow 100 \text{ pF}, 10 \text{ V} \rightarrow |F_c| \approx 10^{-9}$ $= \left| -\frac{1}{2} V^2 \cdot \left(\frac{\epsilon A}{x} \right) \cdot \frac{1}{x} \right| = \left| -\frac{1}{2} \frac{\epsilon}{x} V^2 \right|$

L: $E_L = \frac{1}{2} LI^2$, $|F_L| = \left| \frac{dE_L}{dx} \right| = \left| \frac{d}{dx} \frac{1}{2} LI^2 \right| = \left| \frac{1}{2} I^2 \cdot \frac{d}{dx} \frac{N^2 \mu S}{x} \right| =$
 $\hookrightarrow 1-100 \text{ nH}, |I| = 10 \text{ mA}$ $L = \frac{N^2}{R}, R = \frac{l}{\mu \cdot S}$

$|F_L| \approx 10^{-7}$ $= \left| -\frac{1}{2} N^2 \frac{L}{x} I^2 \right|$

- meas. range C: 1/8 $\uparrow$ distanza range / ϕ
L: 1/3 range / ϕ sonda

- risoluzione C: 3/1 $\phi_{\text{spot}} / \phi$ L: 13/1 $\phi_{\text{spot}} / \phi$



- complementi del frontend C: alta L: media

- influenza dell'ambiente

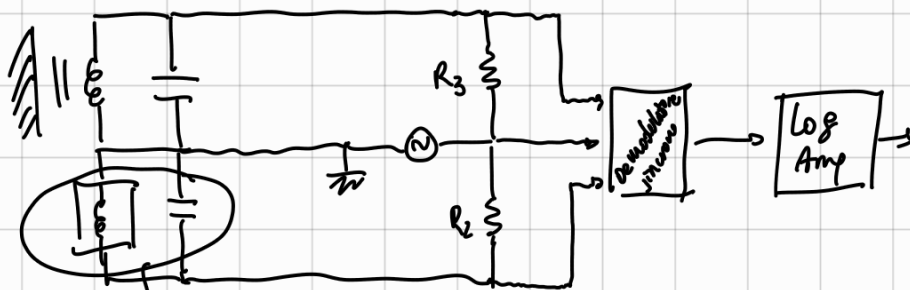
L: spessore minimo del target e sue caratteristiche, uniformità del target, μ esterno, T... (NO sporco, umidità...)

C: E, sporco, ossidazione delle armature, condensa H_2O (NO uniprm. del target, T, umidità della superficie...)

esempio di frontend per induttori

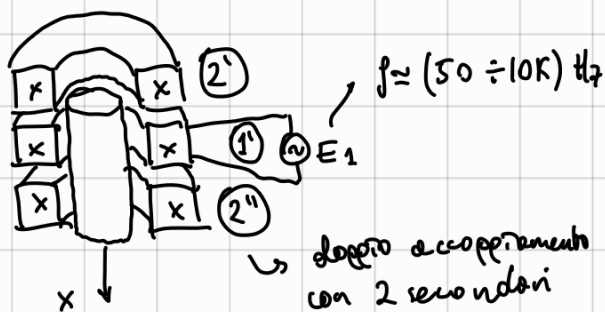
• complessità delle sonde

$$C < L$$



questo è una sonda aggiuntiva che non viene avvicinata al target e serve solo per compensare gli effetti legati alla temperatura

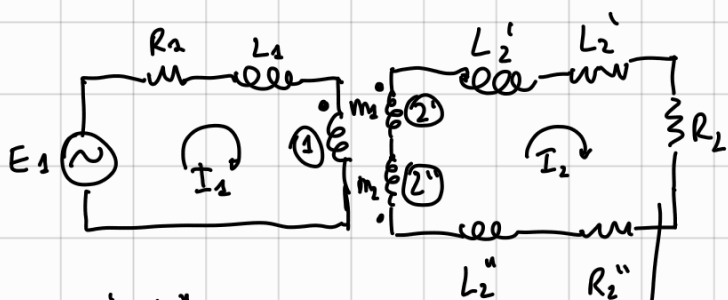
④ LVDT - linear differential variable transformer (sensore di posizione con contatto)



$$f \approx (50 \div 10K) \text{ Hz}$$

doppio accoppiamento con 2 secondari 2' e 2''

① ② sono diretti
① ②'' sono inversi



$$L_2 = L_2' + L_2''$$

$$R_2 = R_2' + R_2'' + R_L \approx R_L$$

↓
dissipazioni come prima

input dell'amp

$$\begin{cases} E_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot I_1 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_2 \\ 0 = (R_2 + j\omega L_2) \cdot I_2 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_1 \end{cases} \rightarrow I_1 = \frac{E_1 + j\omega (M_1 - M_2) \cdot I_2}{R_1 + j\omega L_1}$$

appross. en. ↑

$$|E_1| \gg j\omega (M_1 - M_2) \cdot I_2, M_1 - M_2 = K_X$$

$$\Rightarrow 0 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot \frac{E_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{j\omega (M_2 - M_1) \cdot E_1}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)}$$

$$V_{out} = R_L \cdot I_2 = \frac{j\omega K_X E_1}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)} \cdot R_L$$

$$= \frac{j\omega K_X \cdot R_L}{(1 + j\omega/\omega_1)(1 + j\omega/\omega_2)} E_1, \quad \omega_1 = \frac{R_1}{L_1}, \quad \omega_2 = \frac{R_2}{L_2}$$

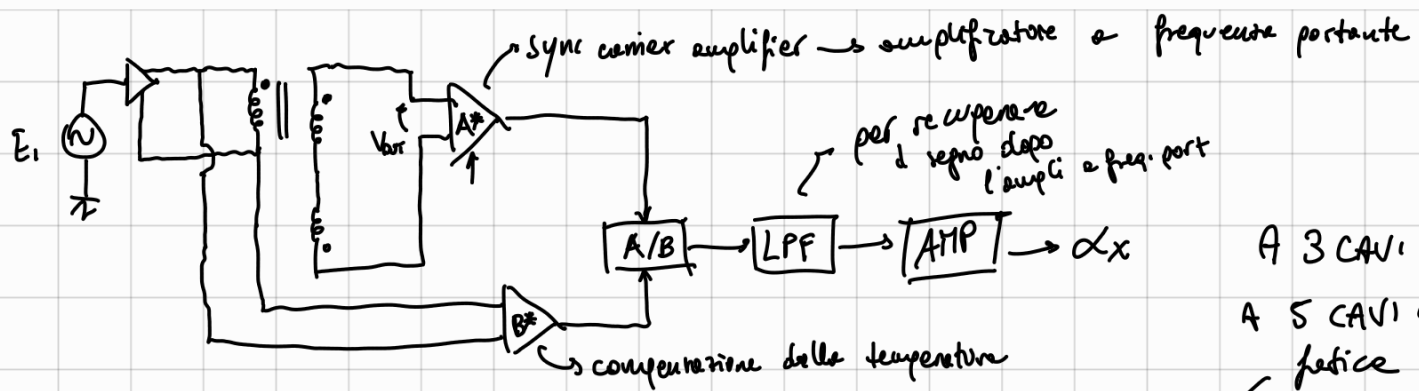
$\omega_2 > \omega_1$ perché $R_2 \gg R_1$
dominante



$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2}}$$

→ dovremmo lavorare a questa frequenza perché almeno ho input-output in fase

modello valido se $f_{exc} \gg f_{max}$



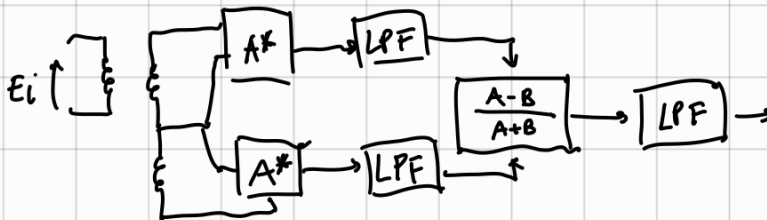
A 3 CAVI

A 5 CAVI mi fa felice

ma in pratica mette in cavo a terra nel motore

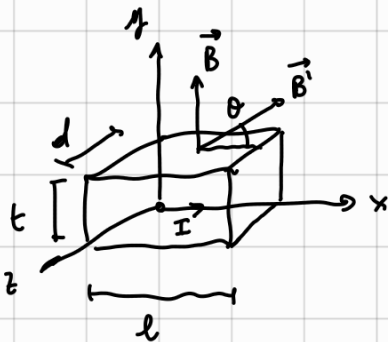


il read out è



⑤ Sensore a effetto Hall

↳ $\Delta V \perp j$ quando $j \perp H$ → è la forza di Lorentz

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$


per trovare $\vec{B}$ metto una bobina intorno al sensore

$$F = q v B \sin \theta = F_e = q E = q \frac{V_H}{d} \quad \text{tensione generata, potenziale di Hall}$$

$$\Rightarrow V_H = v \cdot d \cdot B \sin \theta$$

$$j = n \cdot q \cdot v \Rightarrow v = \frac{j}{nq} \quad \text{ma} \quad I = j \cdot A \Rightarrow j = \frac{I}{t \cdot d}$$

$$\Rightarrow v = \frac{I}{t q d n}$$

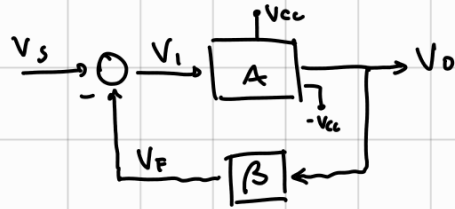
$$\Rightarrow V_H = \frac{I \cdot B \sin \theta}{t q n} = \frac{K_H}{t} \cdot I \cdot B \sin \theta$$

rimane la dimensione lungo la quale c'è B_z

Il sensore può essere usato per misurare:

1. B
2. posizione in combinazione con un PM
3. angolo con un PM
4. corrente

OSCILLATORI → alla base c'è un circuito in retroazione



$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1 + \beta A} = A_f$$

↳ con $V_s = 0 \rightarrow V_o$ è un'onda AC (seno o quadra)

voglio V_{out} instabile o, idealmente, marginalmente stabile, con una coppia di poli complessi coniugati

$$V_{out} = V_o \cdot e^{\xi \omega_0 t} \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t + \varphi) \rightarrow \text{poli instabili} \rightarrow \text{onda quadra}$$

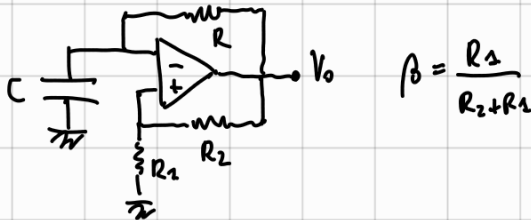
tagliata dalla saturazione

↳ poli marginalmente stabili
↳ onda sinusoidale

$$p_{1,2} = \pm j\omega_0$$

$$1 + \beta A = 0$$

• Oscillatore ad onda quadra e ritardamento



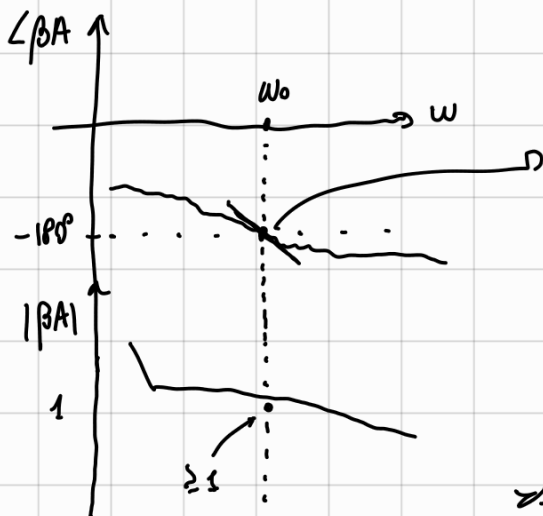
$$\beta = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

• Oscillatore sinusoidale → vogliamo trovare qualcosa da soddisfare $1 + \beta(j\omega)A(j\omega) = 0$
quella sarà la frequenza di oscill.

Condizioni di Barkhausen

$$\begin{cases} |\beta A| = 1 \\ \angle \beta A = \pm 180^\circ \end{cases}$$

La qualità degli oscillatori viene dalla loro stabilità in frequenza

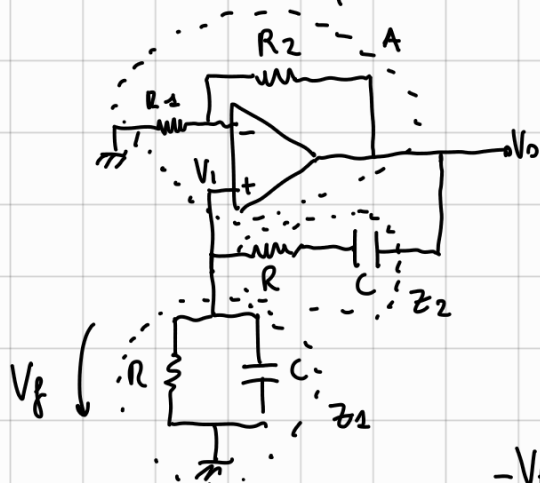


$\frac{\partial \angle \beta A}{\partial \omega} \rightarrow$ maggiore è questo slope minore è la variazione in frequenza a seguito della stessa variazione di fase

$$\Delta \omega_0 = \left(\frac{\partial \angle \beta A}{\partial \omega} \right)^{-1} \cdot \Delta \angle \beta A, \quad \angle \beta A \approx \angle \beta + \text{costante}$$

$$\Rightarrow \Delta \omega_0 = \left(\frac{\partial \angle \beta A}{\partial \omega} \right)^{-1} \cdot \Delta \angle \beta$$

• Oscillatore a ponte di Wien (range dei KHz)



$$\text{OP Amp ideale: } V_1 = V_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_1$$

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_1$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = A$$

$$Z_2 = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$-V_f = V_o \cdot \frac{Z_1}{Z_2 + Z_1} \Rightarrow \frac{V_f}{V_o} = \beta = \frac{-Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$\Rightarrow \beta = - \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{\frac{1 + j\omega RC}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}} = - \frac{R / (1 + j\omega RC)}{\frac{1 + 2j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2 + j\omega RC}{(j\omega C)(1 + j\omega RC)}}$$

chiamo $\alpha = \omega RC$

$$\Rightarrow \beta = \frac{-j\omega R}{1 - \alpha^2 + j3\alpha}$$

impongo la condizione di Barkhausen alla fase

$$\Rightarrow \angle A\beta = 180^\circ \quad \text{ma} \quad \angle A = 0^\circ \Rightarrow \angle \beta = \angle A\beta \rightarrow \text{a num. c'è un immaginario negativo} \Rightarrow 90^\circ$$

Lo voglio dire anche a denominatore in $\cos$

$$\text{pongo } 1 - \alpha^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{RC}$$

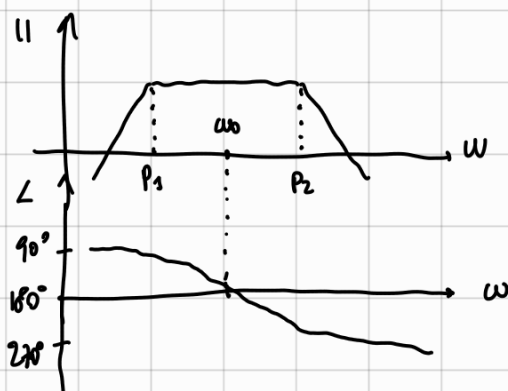
prendo ovviamente solo la pulsazione +

$$\beta|_{\omega_0} = -\frac{1}{3} \Rightarrow |A(\omega_0)\beta(\omega_0)| = \left| \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{-j}{+3j} \right| = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \geq 1$$

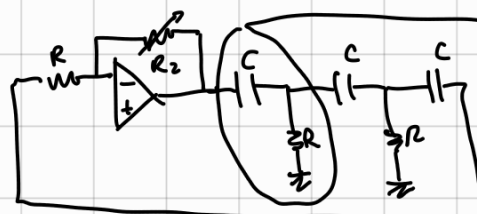
Voglio dimensionare R_2 e R_1 t.c. $1 + \frac{R_2}{R_1} \approx 3$

se $\alpha = 3 \Rightarrow$ sinusoidale

se $\alpha > 3$ onda quadra



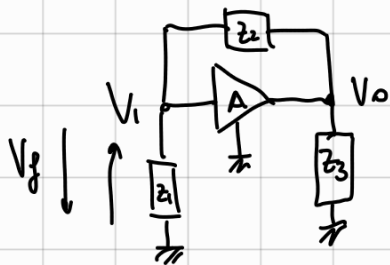
Oscillatore a sfarfallamento



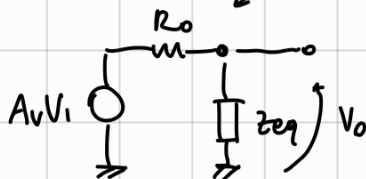
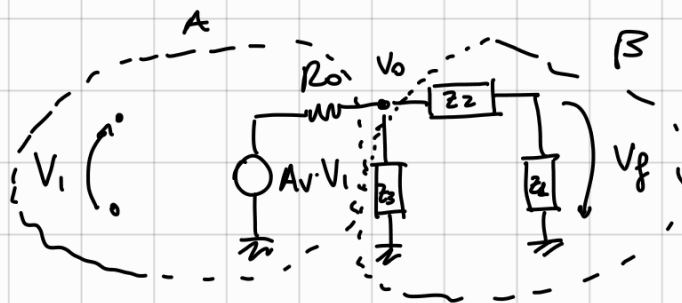
questo blocco è responsabile di uno sfarfallamento di $90^\circ \Rightarrow$ ne basterebbero 2 (idealmente) ma se ne fanno 3 per avere + spazio di manovra

• Oscillatori ad alta frequenza (100kHz - 30MHz)

Oscillatore a 3 punti



modello
lineare
dell'ampl



$$z_{eq} = (z_1 + z_2) \parallel z_3$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{z_{eq}}{R_o + z_{eq}} \cdot A_v \cdot V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A = \frac{A_v \cdot (z_1 + z_2) \parallel z_3}{R_o + (z_1 + z_2) \parallel z_3}$$

$$V_f = -\frac{z_1}{z_2 + z_1} \cdot V_o \Rightarrow \frac{V_f}{V_o} = \beta = -\frac{z_1}{z_2 + z_1}$$

1. tutte le z sono reattanze pure $\rightarrow z_1 = jx_1, z_2 = jx_2, z_3 = jx_3$

2. per avere $\angle A\beta = \pm 180^\circ$, considerando $A_v \in \mathbb{R}$

$$\rightarrow A = A_v \cdot \frac{1}{R_o + \frac{1}{\frac{1}{jx_3} + \frac{1}{j(x_1 + x_2)}}} = \frac{-x_3(x_1 + x_2)}{jR_o(x_1 + x_2 + x_3) - x_3(x_1 + x_2)}$$

$$\beta = \frac{-z_1}{z_2 + z_1} = \frac{-x_1}{x_2 + x_1} \in \mathbb{R}$$

deve essere 0 in modo che $A \in \mathbb{R}$

per avere $\angle A\beta = 180^\circ$ tutti devono $\in \mathbb{R}$

$$x_1 + x_2 + x_3 \Big|_{\omega=\omega_0} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -x_3 \rightarrow \begin{matrix} 2C + 1L \rightarrow \text{Colpitts} \\ 2L + 1C \rightarrow \text{Hartley} \end{matrix}$$

Poi voglio $|A\beta|_{\omega=\omega_0} = 1 \rightarrow A|_{\omega_0} = A_v$

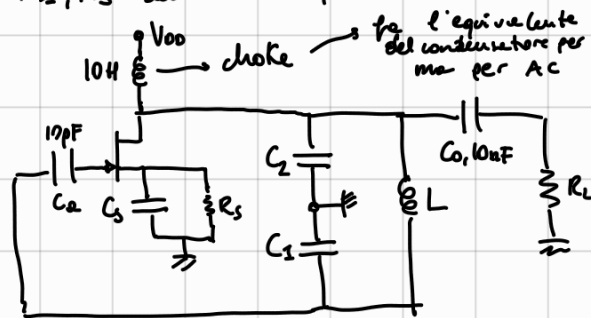
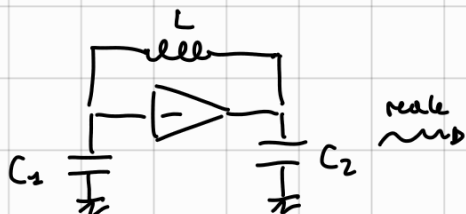
$$\beta|_{\omega_0} = \frac{-x_1}{x_2 + x_1} = \frac{-x_1(\omega_0)}{-x_3(\omega_0)}$$

$$\Rightarrow A_v \cdot \frac{x_1}{x_3} \geq 1$$

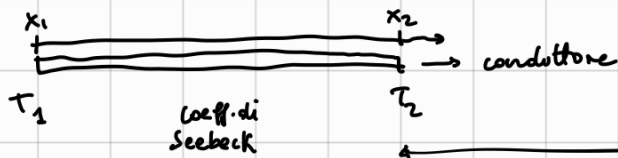
Inoltre: - se l'op Amp e' in config. non invertente $\Rightarrow A_v > 0 \Rightarrow x_1, x_3$ di tipo opposto

- se l'op Amp e' invertente $\Rightarrow A_v < 0 \Rightarrow x_1, x_3$ dello stesso tipo

$\Rightarrow$ Colpitts
invertente



Termocoppie (sensori attivi)



electroni @ T maggiore tendono a diffondersi verso zone @ T minore

$$\vec{E} = \sigma \nabla T$$

Corrente termica $J_{Tx} \neq 0$

effetto Seebeck / termoelettrico

$$\Delta V = V(x_2) - V(x_1) = - \int_{x_1}^{x_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{ma} \quad E = \sigma \frac{dT}{dx} \Rightarrow \Delta V = - \int_{x_1}^{x_2} \sigma \frac{dT}{dx} dx = \int_{T_2}^{T_1} \sigma dT = V(T_1) - V(T_2)$$

(se σ e costante $\Rightarrow \Delta = \sigma(T_1 - T_2)$)

se divido un circuito e voglio misurare la s.d.p. $\Rightarrow \Delta V = \int_{T_0}^{\tau} \sigma dT = 0$

IIA se uso una giunzione tra 2 metalli diversi con diverso coefficiente di Seebeck

$$\Rightarrow \Delta V = \int_{T_2}^{T_1} \sigma_A dT - \int_{T_2}^{T_1} \sigma_B dT = \int_{T_2}^{T_1} (\sigma_A - \sigma_B) dT \neq 0$$

$\sigma_{AB} \rightarrow$ effetto Seebeck + Peltier

Leggi per le termocoppie:

• $\rightarrow$ contano solo le temperature alle giunzioni:

• $\rightarrow \Delta V = \int_{T_3}^{T_1} \sigma_A dT + \int_{T_1}^{T_2} \sigma_B dT + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A dT + \int_{T_3}^{T_1} \sigma_B dT = \Delta V_{AB}$

• $=$

• $=$ $+$ $=$

legge dei metalli intermedi

• $=$ $+$ $=$

legge delle temperature intermedie

• $= 0$

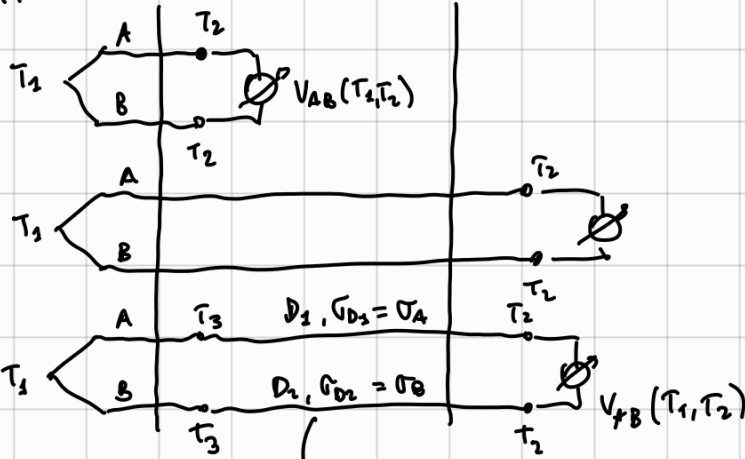
Accuracy $\simeq 1^\circ C$

vari range disponibili

Circuiti con termocoppia

Hot pipe > 300°C

control room @ $T_R = 25^\circ\text{C}/0^\circ\text{C}$

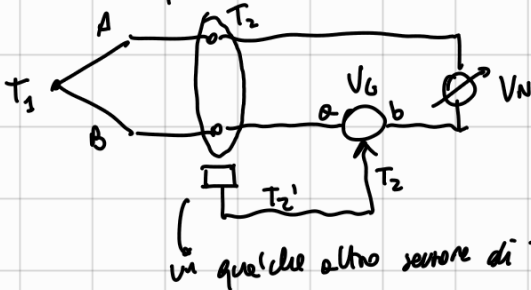


extension wire → specifici V termocoppia, hanno lo stesso σ

cold junction → è la temperatura di riferimento → i fanno sempre (?) misure relative

$$V_{AB} = \int_{T_2}^{T_1} \sigma_A dT + \int_{T_1}^{T_2} \sigma_B dT + \int_{T_2}^{T_0} \sigma_A dT = \int_{T_0}^{T_1} (\sigma_A - \sigma_B) dT = V_{AB}(T_1, T_0)$$

possiamo compensare la cold junction → facendone una misura assoluta



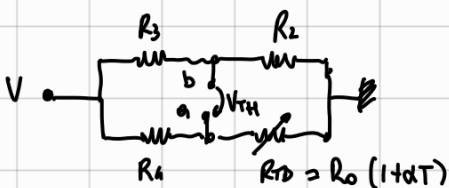
V_G è controllato dalla misura T_2'

$$V_G = V_{AB}(T_1, T_2) - V_{AB}(T_2, 0^\circ\text{C}) = V_{AB}(T_1, T_2) + V_{AB}(0^\circ\text{C}, T_2) = V_{AB}(0^\circ\text{C}, T_2)$$

un qualche altro sensore di T tipo un RTD

T_2 varia in un piccolo range → approx: $V_{AB}(T_2, 0^\circ\text{C}) \approx C_0 + C_1 T_2$

Soluzione con ponte resistivo e RTD



$$V_{TH} = V_a - V_b = V \cdot \frac{R_{TD}}{R_4 + R_{TD}} - V \cdot \frac{R_2}{R_3 + R_2} \quad \text{Hp: } K \gg 1 \Rightarrow R_4 + R_{TD} \approx R_4, R_3 + R_2 \approx R_3$$

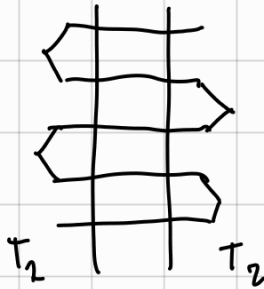
$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_{TD}}{R_4} - \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_0(1 + \alpha T)}{R_4} - \frac{R_2}{R_3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0}{R_4} + \frac{R_0 \alpha T}{R_4} - \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_2}{R_3} \alpha T$$

$$\Rightarrow V_{TH} = \left(\frac{R_2}{R_3} \alpha V \right) \cdot T \quad \rightarrow C_1$$

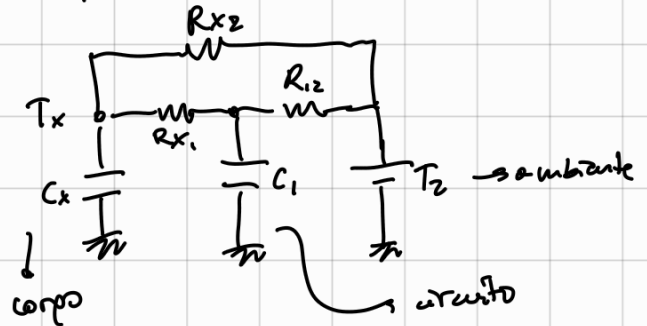
circ. eq. termocoppia
 R_w → resistenza dei cavi
 $V_{AB}(T_1, T_2)$

• Termopile? → termocoppia impilate



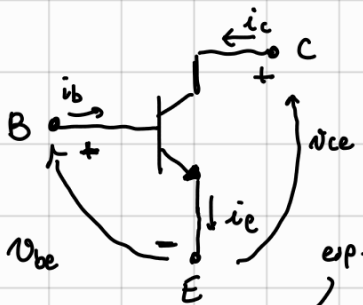
$$V_{AB}^T(T_1, T_2) = N V_{AB}(T_1, T_2)$$

Cerc. equiv. di un sistema corpo-termocoppia



RECAP BST → Transistor a giunzione bipolare (npn o pnp)

↓
si mostra questo

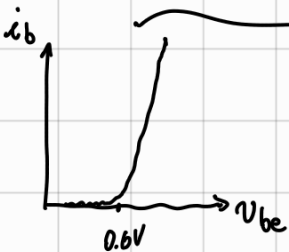


$$i_e = i_b + i_c$$

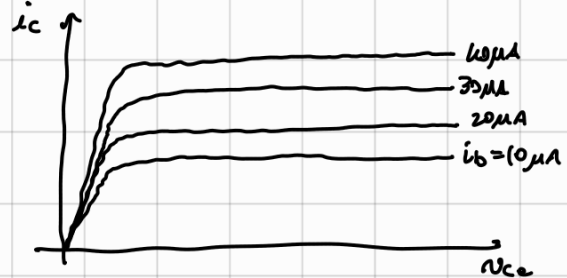
ib e ic solo dopo una determinata Vbe
→ $V_{be} > 0.6/0.7 \text{ V}$

@LOW F e' un elemento resistivo

in regione attiva, che e' quella che ci interessa abbiamo



ic e' praticamente costante rispetto a Vce as si possono avere grandi escursioni di tensione a parita' di corrente
→ incrementa linearmente con ib



si può vedere il transistor in regione attiva come una resist. tra C ed E su cui scorre una corrente pilotata da ib invece che da Vce

si può semplificare tutto dicendo

$$V_{be} = V_0, \quad i_c = \beta i_b$$

↳ guadagno di corrente

inoltre $i_c = i_s \cdot e^{qV_{be}/KT}$

↳ corrente di saturazione inversa

$$\ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right) = \frac{q \cdot V_{be}}{KT}$$

$$V_{0.1} = V_{be} = \frac{KT}{q} \cdot \ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right)$$

$$i_s = \frac{Aq D_n}{n_i W} \cdot n_i^2 = B n_i^2$$

Area dell'emettitore

↳ larghezza della base
densita' di lacune nella base

coefficiente di diffusione

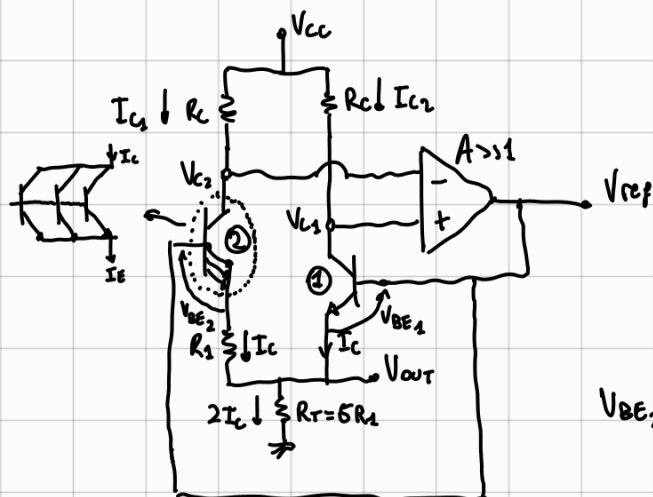
ricall.: $n_i = \sqrt{N_A N_D} e^{-\frac{E_g}{2KT}} = \sqrt{N_A N_D} \cdot e^{-\frac{qV_g}{2KT}}$

is e' la ic quando $V_{be} = V_g$

$$\Rightarrow i_s = K_s \cdot e^{qV_g/KT}$$

$$\alpha = \frac{dV_{be}}{dT} = \underbrace{\frac{K}{q} \cdot \ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right)}_{\frac{V_{be}}{T}} - \underbrace{\frac{KT}{q} \cdot \frac{i_c}{i_c} \cdot \frac{di_s}{i_s}}_{\frac{V_g}{T}}$$

• Sensore Classico di Temperatura



in regione attiva $I_E \approx I_C$

lo specchio di corrente e' t.c. $I_{C2} = I_{C1} = I_C$

per questo la corrente su R_T e' pari a $2I_C$

infatti l' op AMP tiene $V_{C1} = V_{C2}$

$$V_{BE2} + I_C \cdot R_1 = V_{BE1} \Rightarrow \Delta V_{BE} = V_{BE1} - V_{BE2} = I_C \cdot R_1$$

$$\Delta V_{BE} = \frac{KT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_C}{I_{S1}}\right) - \frac{KT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_C}{I_{S2}}\right) = \frac{KT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_{S2}}{I_{S1}}\right) = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{K_2}{K_1}\right)$$

avendo $I_1 = K_1 e^{\frac{qV_3}{KT}}$

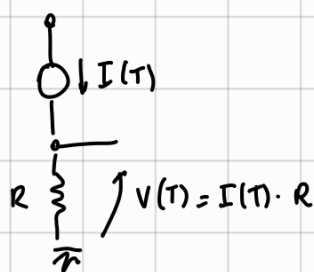
$$I_C = \frac{\Delta V_{BE}}{R_1} = \frac{KT}{qR_1} \cdot \ln\left(\frac{K_2}{K_1}\right) \longrightarrow \frac{K_2}{K_1} \text{ e' costante}$$

↳ valore tipico: 10

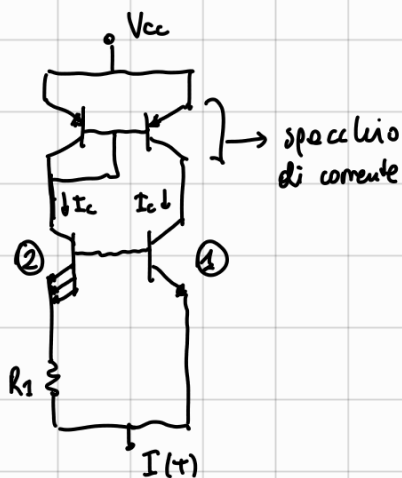
$$V_{out} = 2I_C \cdot R_T = \frac{2KT}{qR_1} \cdot \ln(10) \cdot 5R_1 = \frac{10KT}{q} \ln(10) \approx \left(2 \frac{mV}{^{\circ}C}\right) \cdot T$$

→ α → valori tipici
2 ÷ 10 $\frac{mV}{^{\circ}C}$

Dispositivo a 2 terminali



generatore di corrente



specchio di corrente

poi altra roba
che mi
sbatte

SENSORI PIEZOELETTRICI

Rel. Diretta:

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E} + \vec{d} \cdot \vec{T}$$

matrice di permittività

tenore dei coeff. piezoelettrici $3 \times 3 \times 3$

tenore di stress (σ) 3×3

Rel. Inversa:

$$\vec{S} = \vec{s} \vec{T} + \vec{d} \cdot \vec{E}$$

strain tenor

tenore della compliance

$\vec{d}$ è simmetrico, resta la stessa valore

tenore costanti elastiche

$$\begin{cases} \vec{T} = \vec{c} \cdot \vec{S} \\ \vec{S} = \vec{s} \cdot \vec{T} \end{cases}$$

$$D_{ij} = \epsilon_{ij} E_j + d_{ijk} T_{jk}$$

condensed notation
→ vanno su tutti gli indici comuni

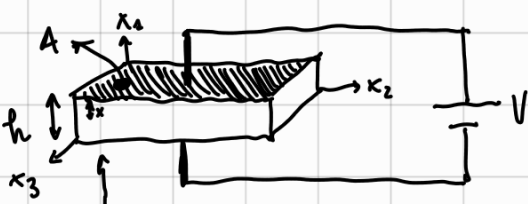
Andiamo in 1D lungo x_1 perche il capo

$$D = \epsilon E + d T \Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon} - \left(\frac{d}{\epsilon} \right)^T g = \frac{D}{\epsilon} - g T$$

coefficiente di tensione piezoelettrica

materiali: quarzo, PZT, PVDF

d è il coefficiente di carica piezoelettrica



① ATTUATORE

$$\vec{S} = \vec{s} \vec{T} + \vec{d} \cdot \vec{E} \Rightarrow s_{ij} = d_{ijk} E_k$$

nel caso 1D $s_{11} = d_{111} \cdot E_1 = d_{111} \cdot \frac{V}{h}$

quella costante di deformazione $\frac{x}{h} = d_{111} \frac{V}{h} \Rightarrow x = d_{111} h$

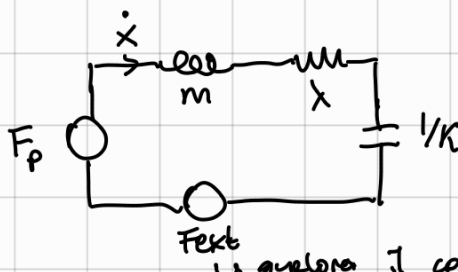
$x = d \cdot V \Rightarrow F = K x = d \cdot K \cdot V$

↓
molla

legge di Hooke?

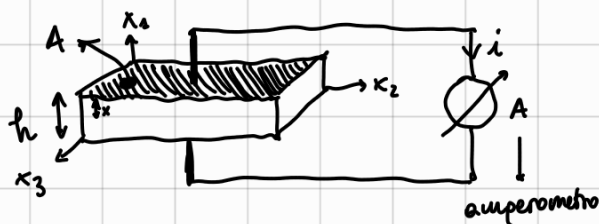
$C_{1111} \cdot s_{11} = T_{11} = \frac{F}{A} \Rightarrow C_{1111} \cdot \frac{x}{h} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \left(\frac{C_{1111} \cdot A}{K} \right) x \Rightarrow F_p = K d \cdot V$

↳ forza piezoelettrica



↳ qualora il corpo ne subisse una

② SENSORE



$$\vec{D} = \vec{E}/E + \vec{d} \cdot \vec{T}$$

$$T_{11} = \frac{F}{A} \Rightarrow D_1 = d_{111} \frac{F}{A} \rightarrow \text{applicando il teorema di Gauss su } A$$

$$D_1 \cdot A = Q = d_{111} F$$

$$\Rightarrow Q_P = d \cdot Kx$$

La carica "generata" per effetto piezoelettrico

schema completo



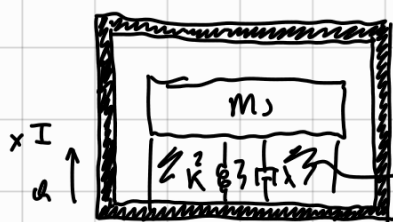
il piezo si comporta letteralmente come un condensatore

Sensore: prende potenza dal dominio meccanico; lo ai sep. di carica ai capi può variare a seguito di deformazioni causate da forze esterne
terminali connessi al read-out, V è piccolo, e Fp è trascurabile

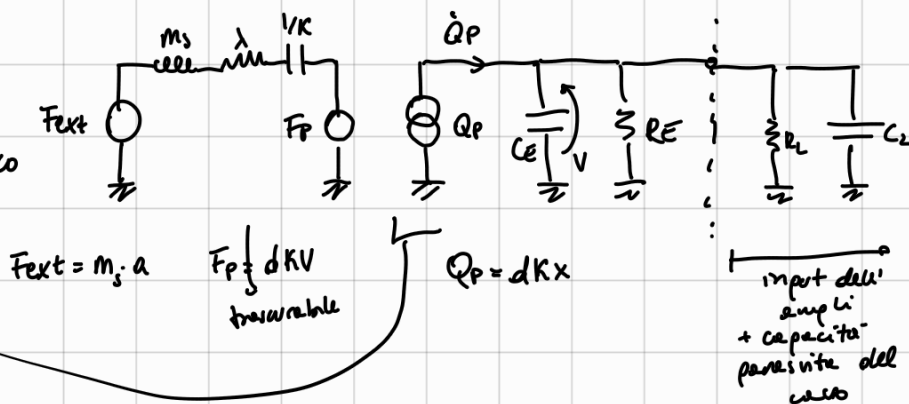
$$C_E = E \cdot \frac{A}{h} \rightarrow \text{del piezo}$$

Attivatore: prende potenza dal dominio elettrico
terminali connessi al generatore, Qp è trascurabile e Fext non viene applicata

① ACCELEROMETRI



piezoelettrico

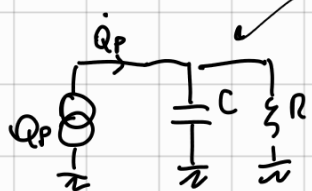


$$F_{ext} = m_s \cdot a$$

$$F_p = dKV \text{ trascurabile}$$

$$Q_p = dKx$$

input dell'amp li + capacità parassite del caso



$$C = C_p + C_L$$

$$R = R_E // R_L \approx R_L$$

molto grande

ma non capisco, dovrebbe esserci anche RL

$$\dot{x} = \frac{m_s \cdot a}{s m_s + \lambda + \frac{k}{s}} = \frac{\left(\frac{m_s}{k}\right) s \cdot a}{\frac{m_s}{k} s^2 + \frac{\lambda}{k} s + 1} = H(s) \cdot s \cdot a(s) \rightarrow H(s) = \frac{\dot{x}}{s a} = \frac{k}{a}$$

Passo all'analisi del secondario

$$\Rightarrow V = \dot{Q}_p \cdot Z, \quad Z = C // R = \frac{1}{sC + \frac{1}{R}} = \frac{R}{1 + sCR}, \quad \text{recall } C = C_E + C_L, R \approx R_L$$

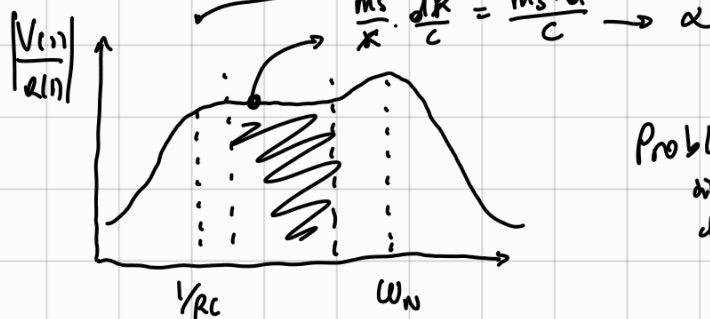
$$\Rightarrow V = \dot{Q}_p \cdot \frac{R}{1 + sCR} = \frac{R}{1 + sCR} \cdot dK \dot{x} \quad \dot{x} = H(\omega) \cdot s \cdot a(s)$$

$$\Rightarrow V(s) = \left(\frac{R \cdot s}{1 + sCR} \cdot H(\omega) \cdot dK \right) \cdot a(s)$$

$$\frac{V(s)}{a(s)} = \frac{dK R s}{1 + sCR} \cdot H(\omega)$$

2 contributi

le li rommo



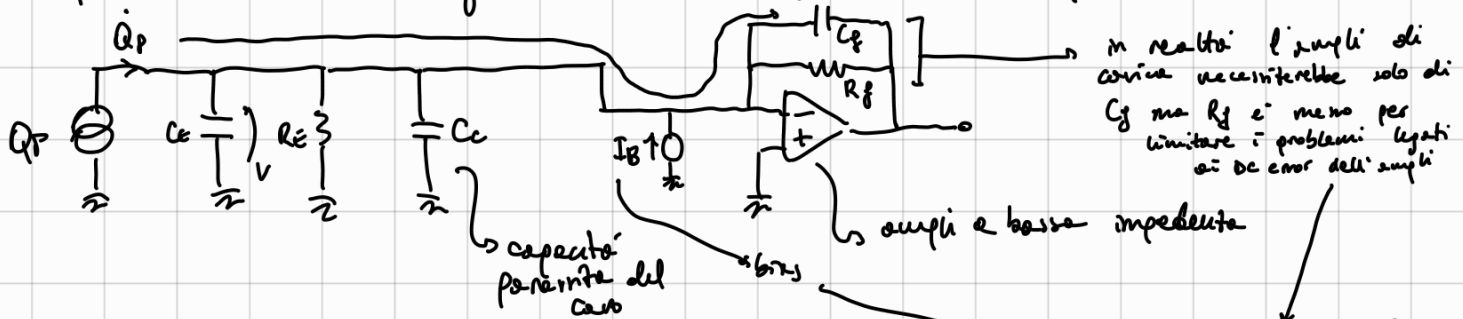
Problema:

da f_L (low cutoff freq) che α dipendono da C

il sensore può essere letto in tensione solo se mettiamo il front-end integrato nel caso

↳ IEPE - ICP Piezo accelerometer

• Unimenti si può avere una (lettura in carica?) con un ampli di carica che risolve i problemi di sensibilità e larghezza di banda dipendenti dalla capacità del cavo



Analisi semplificata ($A \rightarrow \infty$, No DC errors)

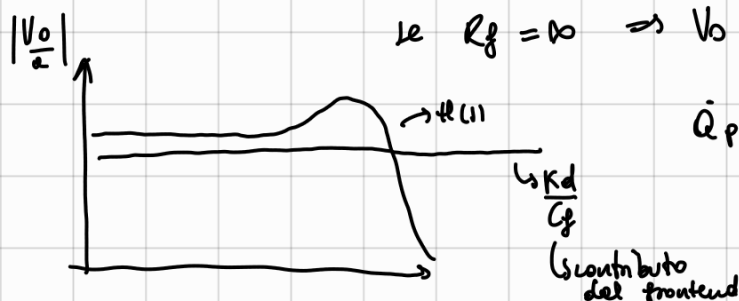
$$\Rightarrow V^- = 0 \Rightarrow V_o = -Z_f \cdot \dot{Q}_p, \quad Z_f = C_f // R_f = \frac{R_f}{1 + sC_f R_f}$$

$$\text{se } R_f = \infty \Rightarrow V_o = -\frac{\dot{Q}_p}{sC_f}$$

$$\dot{Q}_p = dK s \cdot H(\omega) \cdot a(s) \Rightarrow V_o(s) = -\frac{dK s \cdot H(\omega) \cdot a(s)}{sC_f} =$$

$$= -\frac{H(\omega) \cdot dK}{C_f} \cdot a(s)$$

costante $\Rightarrow$ no distorsione



Consideriamo $A(s) = \frac{A_{DC}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} = A \Rightarrow V_o = -A V^-$

$$\dot{Q}_P = \frac{V^-}{Z_i} + \frac{V^- - V_o}{Z_f} = V^- \left(\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) \right) + (V^- - V_o) \cdot \left(\frac{1}{R_f} + sC_f \right)$$

corrente che scende da V^- al sensore

corrente che scende nella rete di feedback

$R_E \parallel C_E \parallel C_C$
" $\frac{1}{Z_i} = Y_i$

sostituzione $V^- = -\frac{V_o}{A}$

$$\Rightarrow \dot{Q}_P = -\frac{V_o}{A} \cdot \left[\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) + (A+1) \cdot \left(\frac{1}{R_f} + sC_f \right) \right]$$

$\frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) \right) = \frac{1}{A R_E} + \frac{s(C_E + C_C)}{A}$
le componenti parassite sono attenuate dal gain dell'OP AMP

$$\Rightarrow \frac{V_o}{\dot{Q}_P} = \frac{-A}{\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) + (A+1) \left(\frac{1}{R_f} + sC_f \right)}$$

di nuovo $\dot{Q}_P = dK \dot{x} = dK s \cdot H(s) \cdot Z(s)$

$$\Rightarrow \frac{V_o(s)}{Z(s)} = \frac{-s A \cdot d \cdot K \cdot H(s)}{\dots}$$

comunque con A a dividere in +

$$\Rightarrow \frac{V_o(s)}{Z(s)} = \frac{-s \cdot d K H(s)}{\frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) \right) + \left(1 + \frac{1}{A} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_f} + sC_f \right)}$$

$A R_E \gg R_f, \frac{C_C + C_E}{A} \ll C_f$
per reciproci: inverti

$$= \frac{-s d K H(s)}{\frac{1}{A R_E} + \frac{s(C_E + C_C)}{A} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{A R_f} + \left(1 + \frac{1}{A} \right) s C_f}$$

$$= \frac{-s d K H(s)}{\left(1 + \frac{1}{A} \right) \left(\frac{1}{R_f} + s C_f \right)}$$

se $A \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{A} \ll 1$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{Z} = \frac{-s d K H(s)}{\frac{1}{R_f} + s C_f} \rightarrow \omega \rightarrow \infty \quad \frac{V_o(\infty)}{Z(\infty)} = -H(\omega) \cdot \frac{K d}{C_f}$$

$\omega \gg \frac{1}{R_f C_f}$

$$\alpha_{amp} = \frac{K d}{C_f}$$

$$\alpha_{sens} = \frac{m_s}{K}$$

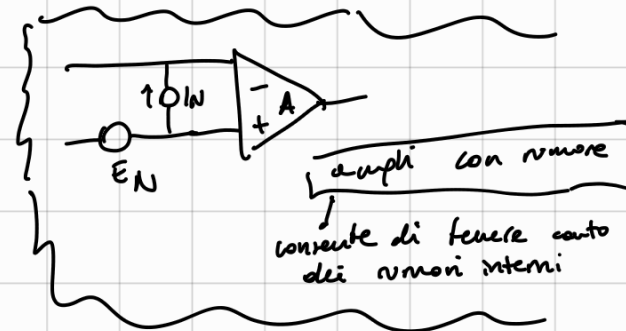
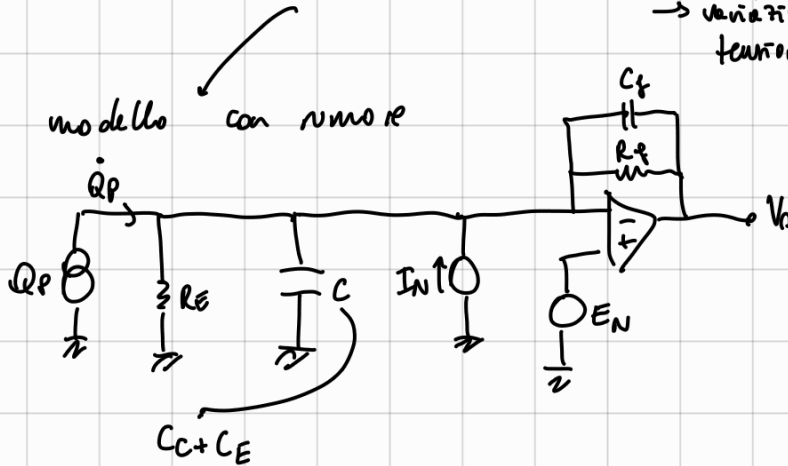
$$\alpha_{overall} = \frac{m_s \cdot d}{C_f}$$

questi li ho rivisti in maniera dissonante del pensiero unico degli appunti di Ivan. non la più pallida idea se sto dicendo qualcosa di sensato ma non me ne frega un cazzo

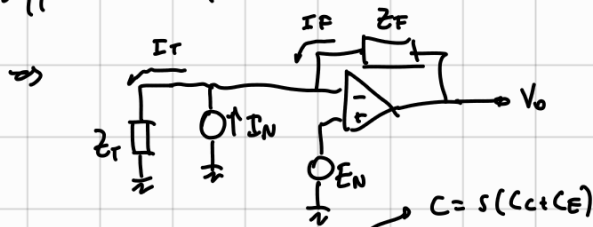
Con l'uscita in carica abbiamo una risposta ad alta impedenza

⇒ servono cavi schermati

Le triboelectric noise → rumore legato al movimento meccanico del cavo stesso
→ variazioni di carica dovute alla flessione/compressione/tensione degli strati che lo compongono



supponiamo $Q_p = 0$ ⇒ solo rumore



$$\Rightarrow \frac{V_o - E_N}{Z_f} + I_N = \frac{E_N}{Z_r}$$

$$\Rightarrow V_o = -\frac{I_N}{Z_f} + E_N \left(1 + \frac{Z_f}{Z_r}\right)$$

$$Z_r = R_E \parallel C \approx C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow R_E \text{ è molto grande}$$

$$Z_f = R_f \parallel C_f \approx C_f = \frac{1}{j\omega C_f} \rightarrow R_f \text{ è molto grande}$$

$$\Rightarrow V_o = -\frac{I_N}{j\omega C_f} + E_N \cdot \left(1 + \frac{C}{C_f}\right) \Rightarrow V_{\text{noise}} = -\frac{I_N}{j\omega C_f} + E_N \left(1 + \frac{C}{C_f}\right)$$

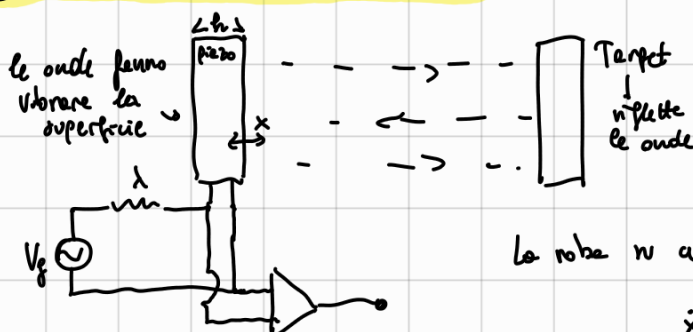
$$Q_{\text{NER}} = -V_{\text{noise}} \cdot C_f = -\frac{I_N}{j\omega} + E_N (C_f + C)$$

rumore
equivalente di
carica

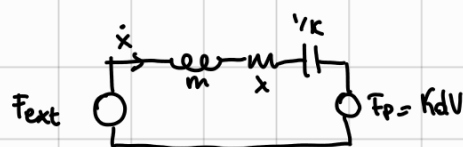
Recall

$$\Rightarrow \text{DC error} \rightarrow V_{\text{OOC}} = -R_f \cdot I_{\text{BIAS}} + \left(1 + \frac{R_f}{R_E}\right) V_{\text{IO}}$$

② TRASDUTTORI A ULTRASUONI

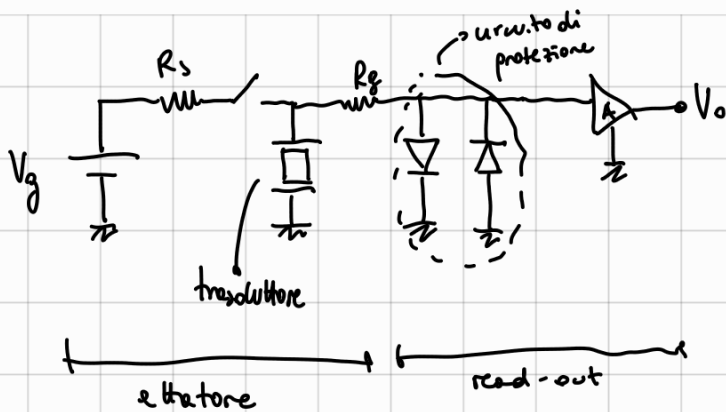


La roba in cui poggia il piede fa da damper. ⇒

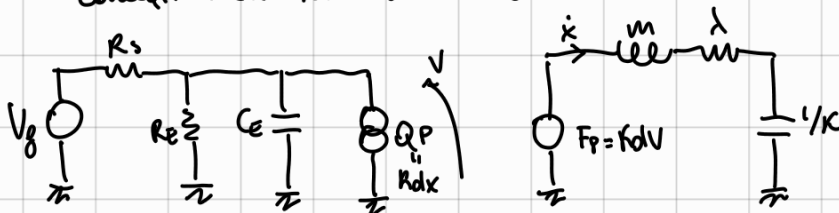


maggiore x ⇒ minor
transitorio

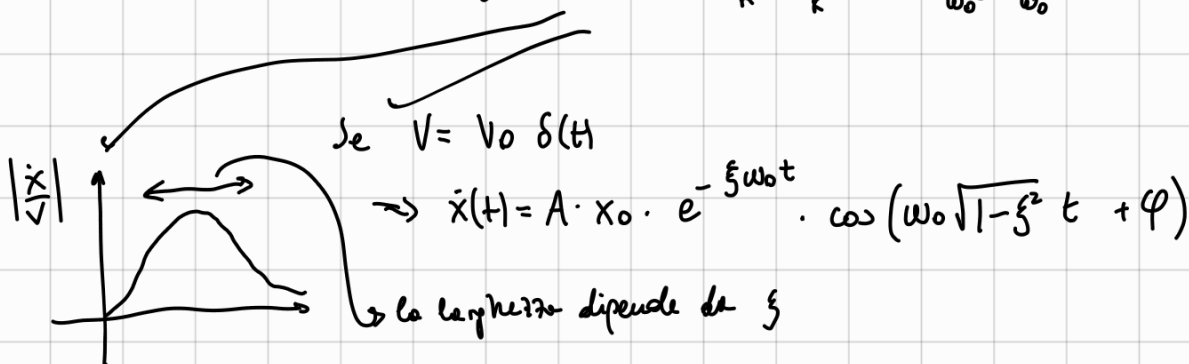
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



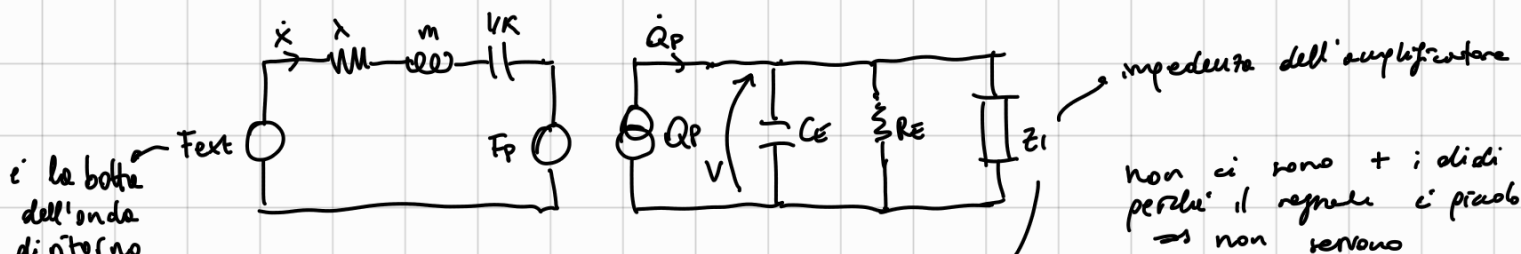
Concentriamoci sull'attuatori (TX)



$$\ddot{x} = \frac{KdV}{ms + \lambda + \frac{K}{s}} \Rightarrow \frac{\dot{x}}{V} = \frac{\frac{s}{K} KdV}{\frac{m}{K}s^2 + \frac{\lambda}{K}s + 1} = \frac{s dV}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0}s + 1}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad \xi = \frac{1}{2}\lambda\sqrt{\frac{m}{K}}$$



Ora concentriamoci sul sensore (RX)



$$R = RE // Ri$$

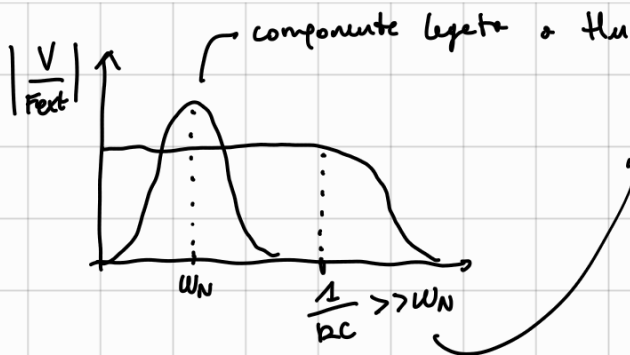
$$C = CE // Ci$$

$$\Rightarrow V_{out} = V = \dot{Q}_p \cdot \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

non consideriamo Fp che è molto piccola

$$\Rightarrow \dot{Q}_p = Kd\dot{x} = Kd \cdot \frac{F_{ext}}{ms + \lambda + \frac{K}{s}} = Kd \cdot \frac{s/R}{\frac{m}{K}s^2 + \frac{\lambda}{K}s + 1} \cdot F_{ext}$$

$$\Rightarrow V = \frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot H_0(\omega) \cdot d \cdot F_{ext} \Rightarrow \frac{V}{F_{ext}} = \frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot H_0(\omega) \cdot d$$



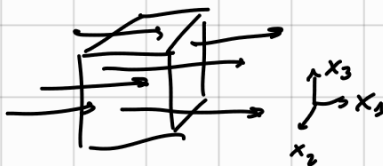
c'è bisogno che lo spettro di F_{ext} sia nella banda del sensore

↪ adesso stiamo lavorando in echo mode (⇒ RX e TX sono lo stesso) se massimo 2 device diversi dovremmo settarli alla stessa frequenza di risonanza

Propagazione degli ultrasuoni

onde elastiche → solidi
onde acustiche → fluidi

↪ onde di pressione / stress legate al comportamento elastico di un mezzo continuo con bassa intensità dell'onda



$F = ma$, $\Delta V = dx_1 dx_2 dx_3$ ^{volumetto} ^{densità}
distribuzione delle forze nel solido (stress tensor)

$$dF_1 = [T_{11}(x_1+dx, x_2, x_3) - T_{11}(x_1, x_2, x_3)] \cdot dx_2 dx_3 + [T_{12}(x_1, x_2+dx, x_3) - T_{12}(x_1, x_2, x_3)] \cdot dx_1 dx_3 + [T_{13}(x_1, x_2, x_3+dx) - T_{13}(x_1, x_2, x_3)] \cdot dx_1 dx_2$$

$$= \rho \ddot{u}_1 \cdot dx_1 dx_2 dx_3 \rightarrow \text{massa infinitesimale}$$

↪ u_i

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \rho \ddot{u}_i = \frac{\partial T_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{i3}}{\partial x_3} \rightarrow \text{in generale } \rho \ddot{u}_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$$

dalla legge di Hooke → $T_{ij} = c_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl}$ ^{notaz. cond.}

$$\rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$

Caso easy → onde piane propagantesi su x_2

$\rightarrow x_2$ $\rho \ddot{u}_j = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l^2}$ $\left. \begin{array}{l} \text{le derivate rispetto a } x_2 \text{ e } x_3 \text{ sono nulle} \\ \text{la disposizione delle particelle e / alla direzione di propagazione dell'onda} \end{array} \right\}$

↪ onde longitudinali

• onde longitudinali o compressive → si propagano nei solidi e nei liquidi / fluidi

• onde di taglio → solo nei solidi

↪ collegate ai coefficienti di taglio del tensore $\bar{c}$

$$V_L = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} \quad , \quad V_T = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}$$

↙
longitudinali

↙
di taglio

nei liquidi: $V_L = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ ↪ modulo di Bulk?

$\frac{P}{\Delta V}$

Considerando un'onda piana sinusoidale

$$u_s(t, x_s) = A \cos\left(2\pi f\left(t - \frac{x_s}{v_L}\right) + \varphi\right) \rightarrow \lambda = \frac{v_L}{f} \Rightarrow \text{a } f \text{ fissata dipende linearmente da } v_L$$

numero d'onda $:= k = \frac{1}{\lambda} \rightarrow$ quante oscillazioni complete/unità di lunghezza

vettore d'onda $:= \vec{k} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \vec{n} \rightarrow$ verso di propagazione dell'onda
 numero d'onda angolare

Riflessione introduciamo l'impedenza acustica

$$\rightarrow \text{potenza } P = p \cdot u_i \text{ oppure } P = T_{11} \cdot u_i$$

$$Z = \frac{p}{u_i} \text{ oppure } Z = \frac{T_{11}}{u_i}$$

pressione

$$\Rightarrow Z = \left| \frac{T_{11}}{v_i} \right| = \rho \cdot v_L = \rho \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} = \sqrt{c_{11} \rho} = \frac{c_{11}}{v_L} \rightarrow \text{nei solidi}$$

imp. acustica

$$\text{nei liquidi} \rightarrow Z = \left| \frac{P}{v_i} \right| = \rho \cdot v_L = \sqrt{B \rho}$$

Se l'ostacolo ha dimensione $D \gg \lambda$ allora riflette

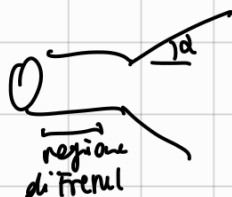
Se $D \approx \lambda$ o $D < \lambda \rightarrow$ scattering

se però $D \gg \lambda$ ma la rugosità della superficie è $h \approx \lambda$
 $\Rightarrow$ si ha una riflessione diffusa

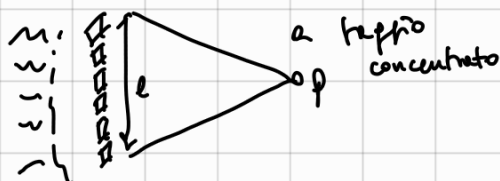
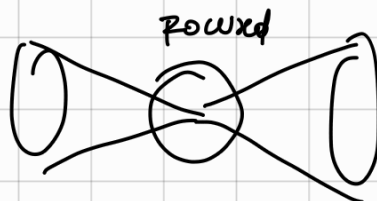
i modelli a parametri condensati hanno bisogno che $\lambda \gg t, D$

$\Rightarrow$ qui sono un'approximatione brutta

Tipi di trasduttore



A PISTONE CIRCOLARE



MINISTRON:

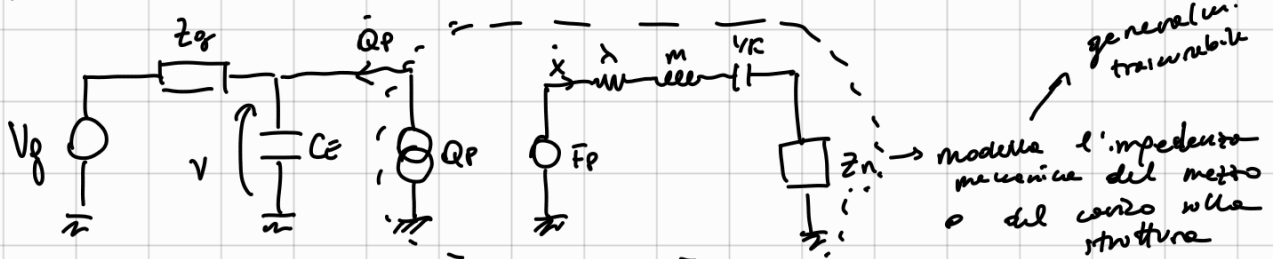
echo mode $\rightarrow$ 1 solo RX/TX

transmission mode $\rightarrow$ 2 probes

TX e RX devono operare alla stessa f

Oscillatori al quarzo

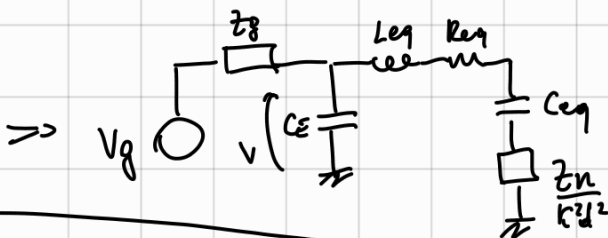
lumped parameter del quarzo:



$$\dot{Q}_p = Kdx = Kd \cdot \frac{KdV}{m \cdot s + \lambda + z_n + \frac{k}{s}}$$

sostituiamo Q_p con un carico passivo generico (RLC)

$$\dot{Q}_p = \frac{V}{z_{eq}} = \frac{V}{\underbrace{\frac{m}{K^2 d^2} s}_{Leq} + \underbrace{\frac{\lambda}{K^2 d^2}}_{Req} + \underbrace{\frac{1}{Kd^2} \cdot \frac{1}{s}}_{Ceq} + \frac{z_n}{Kd^2}}$$



Considerando che $R_{eq} \approx 0$ e trascurando z_n

$$z_{eq} = \frac{\frac{1}{sCE}}{\frac{1}{sCE} + \frac{1}{sCeq} + sLeq} = \frac{1 + s^2 Leq Ceq}{sLeq + sCE + s^3 CE Ceq Leq} = \frac{1 + s^2 Leq Ceq}{(1 + s^2 Leq \cdot \frac{CE Ceq}{CE + Ceq}) (CE + Ceq) s} \approx \frac{1}{s(CE + Ceq)}$$

$\approx Ceq$ perché $Ceq \ll CE$

il quarzo si comporta come una capacità

in realtà non sono la stessa roba e proprio questa piccola diff. è alla base del loro utilizzo negli oscillatori?

in ogni caso abbiamo 2 zeri e due poli molto vicini

$$\omega_z = \sqrt{Leq Ceq}, \quad \omega_p = \sqrt{Leq \cdot \frac{Ceq \cdot CE}{Ceq + CE}} \approx \omega_z$$

tra ω_z e ω_p il quarzo ha comportamento induttivo

$$Q = \frac{1}{\omega_s \cdot R_{eq} \cdot C_{eq}}$$

